

Precorso di matematica

Babini Stefano
Belloni Marino
Mezzasalma Massimiliano

Indice

1	Logica	5
1.1	Quesiti di logica	5
1.2	Soluzioni	8
1.3	Due esercizi impegnativi	9

Capitolo 1

Logica

1.1 Quesiti di logica

Esercizio 1.1.1. *Quale tra le seguenti equivalenze è falsa?*

1. $A \vee \neg A \equiv B \vee \neg B$;
2. $A \wedge B \equiv \neg B \vee \neg A$;
3. $\neg(A \wedge B) \equiv A \Rightarrow \neg B$;
4. $A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$.

Esercizio 1.1.2. *A cosa equivale l'affermazione "quando bevo troppo, mi si gonfia lo stomaco"?*

1. *Se non mi si gonfia lo stomaco, allora non ho bevuto troppo.*
2. *Non mi si gonfia lo stomaco pur non avendo bevuto troppo.*
3. *Se mi si gonfia lo stomaco vuol dire che ho bevuto troppo.*
4. *O bevo troppo o mi si gonfia lo stomaco.*

Esercizio 1.1.3. *A cosa equivale la negazione della proposizione "ogni gatto miagola"?*

1. *C'è un gatto che miagola.*

2. *Se non miagola non è un gatto.*
3. *C'è un gatto che non miagola.*
4. *Nessun gatto miagola.*

Esercizio 1.1.4. *Quale tra le seguenti equivalenze è vera?*

1. (a) $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A) \equiv A \iff B$;
2. (b) $(A \Rightarrow B) \wedge B \equiv A$;
3. (c) $(A \vee B) \wedge \neg B \equiv A$;
4. (d) $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \vee B$.

Esercizio 1.1.5. *A è una proposizione vera, mentre B e C sono proposizioni false. Quale delle seguenti proposizioni è vera?*

1. $A \wedge B \wedge C$;
2. $A \wedge (B \vee C)$;
3. $(A \wedge B) \vee C$;
4. $A \vee (B \wedge C)$.

Esercizio 1.1.6. *Quale tra i seguenti è il risultato di $(A \cap A) \cup \emptyset$?*

1. A^C .
2. \emptyset .
3. A .
4. *nessuna delle altre risposte è vera.*

Esercizio 1.1.7. *Sotto quali condizioni l'uguaglianza $A \cup \emptyset = \emptyset$ è vera?*

1. *Se e solo se $A = \emptyset$;*
2. *È sempre vera.*
3. *Non è mai vera.*
4. *Quando $A \cap \emptyset = \emptyset$.*

Esercizio 1.1.8. *Siano A e B sono due insiemi tali che $A \subseteq B$, e si considerino le relazioni $A \cup B = B$, $A \setminus B = A$ e $A \cap B = A$. Quale tra le seguenti risposte è vera?*

1. *Solo la prima è vera.*
2. *Sono vere la prima e la terza.*
3. *Sono tutte false.*
4. *Sono tutte vere.*

1.2 Soluzioni

Soluzione dell'esercizio 1.1.1 : la risposta cercata è la 3.

Soluzione dell'esercizio 1.1.2 : la risposta cercata è la 1.

Soluzione dell'esercizio 1.1.3 : la risposta cercata è la 3.

Soluzione dell'esercizio 1.1.4 : la risposta cercata è la 1.

Soluzione dell'esercizio 1.1.5 : la risposta cercata è la 4.

Soluzione dell'esercizio 1.1.6 : la risposta cercata è la 3.

Soluzione dell'esercizio 1.1.7 : la risposta cercata è la 1.

Soluzione dell'esercizio 1.1.8 : la risposta cercata è la 2.

1.3 Due esercizi impegnativi

In questa sezione trovate alcuni esercizi un poco più impegnativi, se volete farli parzialmente in classe potete semplificarli.

Esercizio 1.3.1. *Ogni enunciato nella colonna di sinistra (tranne uno!) è equivalente ad un enunciato nella colonna di destra.*

A	$(P \vee Q) \wedge P$	1	$Q \implies P$
B	$\neg(P \vee \neg P)$	2	P
C	$\neg P \implies \neg Q$	3	$P \vee (Q \wedge R)$
D	$(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	4	$\neg P \vee (Q \wedge R)$
E	$\neg(\neg P \vee \neg Q)$	5	$P \wedge Q$
F	$P \implies (Q \wedge R)$	6	$\neg P \vee \neg Q$

Indicare (e giustificare) gli accoppiamenti di enunciati equivalenti.

$(A \rightarrow), (B \rightarrow), (C \rightarrow), (D \rightarrow), (E \rightarrow), (F \rightarrow)$

Esercizio 1.3.2. *Ogni enunciato nella colonna di sinistra (tranne uno!) è la negazione di un enunciato nella colonna di destra.*

A	$\forall x (P(x) \vee Q(x)) \implies R(x)$	1	$\forall x \exists y Q(x, y) \implies P(x, y)$
B	$\exists x P(x) \vee (Q(x) \implies R(x))$	2	$\exists x \neg R(x) \wedge (P(x) \vee Q(x))$
C	$\exists x \forall y \neg P(x, y) \wedge Q(x, y)$	3	$\forall x \forall y P(x, y) \wedge Q(x, y)$
D	$\exists x \forall y P(x, y) \vee \neg Q(x, y)$	4	$\exists x Q(x) \wedge \neg(P(x) \vee R(x))$

Indicare (e giustificare) gli accoppiamenti di enunciati equivalenti.

$(A \rightarrow), (B \rightarrow), (C \rightarrow), (D \rightarrow)$