

# Precorso di matematica

Babini Stefano  
Belloni Marino  
Mezzasalma Massimiliano



# Indice

<b>1</b>	<b>Logica</b>	<b>5</b>
1.1	Quesiti di logica . . . . .	5
1.2	Soluzioni . . . . .	8
1.3	Due esercizi impegnativi . . . . .	9



# Capitolo 1

## Logica

### 1.1 Quesiti di logica

**Esercizio 1.1.1.** *Quale tra le seguenti equivalenze è falsa?*

1.  $A \vee \neg A \equiv B \vee \neg B$ ;
2.  $A \wedge B \equiv \neg B \vee \neg A$ ;
3.  $\neg(A \wedge B) \equiv A \Rightarrow \neg B$ ;
4.  $A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ .

**Esercizio 1.1.2.** *A cosa equivale l'affermazione "quando bevo troppo, mi si gonfia lo stomaco"?*

1. *Se non mi si gonfia lo stomaco, allora non ho bevuto troppo.*
2. *Non mi si gonfia lo stomaco pur non avendo bevuto troppo.*
3. *Se mi si gonfia lo stomaco vuol dire che ho bevuto troppo.*
4. *O bevo troppo o mi si gonfia lo stomaco.*

**Esercizio 1.1.3.** *A cosa equivale la negazione della proposizione "ogni gatto miagola"?*

1. *C'è un gatto che miagola.*

2. *Se non miagola non è un gatto.*
3. *C'è un gatto che non miagola.*
4. *Nessun gatto miagola.*

**Esercizio 1.1.4.** *Quale tra le seguenti equivalenze è vera?*

1. (a)  $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A) \equiv A \iff B$ ;
2. (b)  $(A \Rightarrow B) \wedge B \equiv A$ ;
3. (c)  $(A \vee B) \wedge \neg B \equiv A$ ;
4. (d)  $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \vee B$ .

**Esercizio 1.1.5.** *A è una proposizione vera, mentre B e C sono proposizioni false. Quale delle seguenti proposizioni è vera?*

1.  $A \wedge B \wedge C$ ;
2.  $A \wedge (B \vee C)$ ;
3.  $(A \wedge B) \vee C$ ;
4.  $A \vee (B \wedge C)$ .

**Esercizio 1.1.6.** *Quale tra i seguenti è il risultato di  $(A \cap A) \cup \emptyset$ ?*

1.  $A^C$ .
2.  $\emptyset$ .
3.  $A$ .
4. *nessuna delle altre risposte è vera.*

**Esercizio 1.1.7.** *Sotto quali condizioni l'uguaglianza  $A \cup \emptyset = \emptyset$  è vera?*

1. *Se e solo se  $A = \emptyset$ ;*
2. *È sempre vera.*
3. *Non è mai vera.*
4. *Quando  $A \cap \emptyset = \emptyset$ .*

**Esercizio 1.1.8.** *Siano  $A$  e  $B$  sono due insiemi tali che  $A \subseteq B$ , e si considerino le relazioni  $A \cup B = B$ ,  $A \setminus B = A$  e  $A \cap B = A$ . Quale tra le seguenti risposte è vera?*

1. *Solo la prima è vera.*
2. *Sono vere la prima e la terza.*
3. *Sono tutte false.*
4. *Sono tutte vere.*

## 1.2 Soluzioni

**Soluzione dell'esercizio 1.1.1** : la risposta cercata è la 3.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.2** : la risposta cercata è la 1.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.3** : la risposta cercata è la 3.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.4** : la risposta cercata è la 1.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.5** : la risposta cercata è la 4.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.6** : la risposta cercata è la 3.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.7** : la risposta cercata è la 1.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.8** : la risposta cercata è la 2.



## 1.3 Due esercizi impegnativi

In questa sezione trovate alcuni esercizi un poco più impegnativi, se volete farli parzialmente in classe potete semplificarli.

**Esercizio 1.3.1.** *Ogni enunciato nella colonna di sinistra (tranne uno!) è equivalente ad un enunciato nella colonna di destra.*

$A$	$(P \vee Q) \wedge P$	$1$	$Q \implies P$
$B$	$\neg(P \vee \neg P)$	$2$	$P$
$C$	$\neg P \implies \neg Q$	$3$	$P \vee (Q \wedge R)$
$D$	$(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	$4$	$\neg P \vee (Q \wedge R)$
$E$	$\neg(\neg P \vee \neg Q)$	$5$	$P \wedge Q$
$F$	$P \implies (Q \wedge R)$	$6$	$\neg P \vee \neg Q$

Indicare (e giustificare) gli accoppiamenti di enunciati equivalenti.

$(A \rightarrow), (B \rightarrow), (C \rightarrow), (D \rightarrow), (E \rightarrow), (F \rightarrow)$

**Esercizio 1.3.2.** *Ogni enunciato nella colonna di sinistra (tranne uno!) è la negazione di un enunciato nella colonna di destra.*

$A$	$\forall x (P(x) \vee Q(x)) \implies R(x)$	$1$	$\forall x \exists y Q(x, y) \implies P(x, y)$
$B$	$\exists x P(x) \vee (Q(x) \implies R(x))$	$2$	$\exists x \neg R(x) \wedge (P(x) \vee Q(x))$
$C$	$\exists x \forall y \neg P(x, y) \wedge Q(x, y)$	$3$	$\forall x \forall y P(x, y) \wedge Q(x, y)$
$D$	$\exists x \forall y P(x, y) \vee \neg Q(x, y)$	$4$	$\exists x Q(x) \wedge \neg(P(x) \vee R(x))$

Indicare (e giustificare) gli accoppiamenti di enunciati equivalenti.

$(A \rightarrow), (B \rightarrow), (C \rightarrow), (D \rightarrow)$