

Capitolo 1

??

1.1 Disequazioni algebriche

Esercizio 1.1.1. *Determinare il massimo ed il minimo dei seguenti insiemi:*

$$A = \left\{ \frac{2\sqrt{5}-1}{3}, 1 \right\}; \quad B = \left\{ \frac{5}{13}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{5}{6} \right\}; \quad C = \left\{ \frac{5}{13}, \frac{3}{8}, \frac{7}{15}, \frac{8}{17} \right\};$$

$$D = \left\{ -\frac{5}{13}, -\frac{3}{8}, -\frac{7}{15}, -\frac{8}{17} \right\}; \quad E = \left\{ \sqrt[3]{\frac{1}{4}}, \frac{1}{4}, \sqrt{\frac{1}{2}}, \frac{1}{3} \right\}; \quad F = \left\{ -\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt[3]{-\frac{4}{5}}, -\frac{1}{2} \right\}.$$

Esercizio 1.1.2. *Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la disequazione $kx^2 - x - k > 0$ ha come insieme di soluzioni un intervallo limitato di numeri reali?*

1. $k < 0$.
2. $k \geq 1$.
3. $k > 0$.
4. $\forall k \in \mathbb{R}$.

Esercizio 1.1.3. Dato il sistema $\begin{cases} 1 < x^2 \leq 4 \\ x^2 - 5x + 6 \geq 0 \end{cases}$, quale è l'insieme delle soluzioni

1. $]1, 4]$.
2. $] - \infty, 2] \cup [3, +\infty[$.
3. $[-2, -1[\cup]1, 2]$.
4. $] - \infty, 1] \cup [4, +\infty[$.

Esercizio 1.1.4. Data la disequazione $\frac{x}{x-2} \leq \frac{x-2}{x}$, quale tra i seguenti è l'insieme delle sue soluzioni?

1. $x < 0 \vee x > 1$.
2. $x < 0 \vee 1 \leq x < 2$.
3. $0 < x < 2$.
4. tutti gli x reali tranne $x = 0$ e $x = 2$.

Esercizio 1.1.5. Si consideri la disequazione $(x^6 - x^2 - 1) \cdot (1 + x^2 - x^6) \leq 0$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

1. È sempre verificata.
2. È verificata per $x < 0$.
3. Non ha nessuna soluzione.
4. È verificata per $x > 0$.

Esercizio 1.1.6. Data la disequazione $(\sqrt{2} - \sqrt{3})x < 0$, quale dei seguenti è l'insieme delle sue soluzioni?

1. $x < 0$.
2. $x \leq 0$.
3. \mathbb{R} .
4. $x > 0$.

Esercizio 1.1.7. Per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ la disequazione $x^2 - 6x + a > 0$ è verificata per tutti gli x reali tranne uno?

1. $a = 0$.
2. $a = 9$.
3. $a = -9$.
4. $a = 3$.

Esercizio 1.1.8. Data la disequazione $x^4 - x^2 \geq 0$, quale tra i seguenti è l'insieme delle sue soluzioni?

1. $x \leq -1 \vee x \geq 1$.
2. $-1 \leq x \leq 1$.
3. $x \neq 0$.
4. $x \leq -1 \vee x = 0 \vee x \geq 1$.

Esercizio 1.1.9. Sia S l'insieme delle soluzioni della disequazione $x \cdot (x - 3) > 0$. Quale tra le seguenti disequazioni **non ha** S come insieme delle soluzioni?

1. $\frac{1}{x \cdot (x - 3)} > 0$.
2. $0 > \frac{x - 3}{x}$.
3. $x^2 > 3x$.
4. $\frac{x}{x - 3} > 0$.

Esercizio 1.1.10. Siano S_1 l'insieme delle soluzioni della disequazione $\frac{1 + 2x}{8x - 3} \geq 0$ e S_2 l'insieme delle soluzioni della disequazione $6x - 2x^3 < 0$. Posto $A = S_1 \cap S_2$, quale tra le seguenti risposte è vera?

1. $A = (-\sqrt{3}, -\frac{1}{2}] \cup (\sqrt{3}, +\infty)$.
2. $A = (-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$.

3. $A = (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$.

4. $A = (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup](\frac{3}{8}, +\infty)$.

Esercizio 1.1.11. Data la disequazione (d): $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+8} \leq 0$, quale delle seguenti risposte è vera?

1. La disequazione (d) è equivalente a $\frac{1}{(x+2) \cdot (x+8)} < 0$.

2. La disequazione (d) è equivalente alla disequazione $\frac{1}{(x+2) \cdot (x+8)} \geq 0$.

3. La disequazione (d) è verificata solo per $x \leq 8$.

4. La disequazione (d) è verificata per $x < -2 \vee x > 8$.

Esercizio 1.1.12. Data la disequazione (d): $\sin(6) \cdot x > 0$, quale tra le seguenti risposte è vera?

1. La disequazione (d) è verificata per $x \neq 0$.

2. La disequazione (d) non è mai verificata.

3. La disequazione (d) è verificata per $x < 0$.

4. La disequazione (d) è verificata per $x > 0$.

1.2 Soluzioni

Soluzione dell'esercizio 1.1.1: daremo solo i valori del massimo, lasciando la ricerca del minimo allo studente

$$\begin{aligned} \max A &= \frac{2\sqrt{5}-1}{3}; & \max B &= \frac{7}{8}; & \max C &= \frac{8}{17}; \\ \max D &= -\frac{3}{8}; & \max E &= \sqrt{\frac{1}{2}}; & \max F &= -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 1.1.2: la risposta cercata è la 1.

Soluzione dell'esercizio 1.1.3: la risposta cercata è la 3.

Soluzione dell'esercizio 1.1.4: la risposta cercata è la 2.

Soluzione dell'esercizio 1.1.5: la risposta cercata è la 1.

Soluzione dell'esercizio 1.1.6: la risposta cercata è la 4.

Soluzione dell'esercizio 1.1.7: la risposta cercata è la 2.

Soluzione dell'esercizio 1.1.8: la risposta cercata è la 1.

Soluzione dell'esercizio 1.1.9: la risposta cercata è la 2.

Soluzione dell'esercizio 1.1.10: la risposta cercata è la 1.

Soluzione dell'esercizio 1.1.11: la risposta cercata è la 1.

Soluzione dell'esercizio 1.1.12: la risposta cercata è la 1.