

# Capitolo 1

??

## 1.1 Disequazioni algebriche

**Esercizio 1.1.1.** *Determinare il massimo ed il minimo dei seguenti insiemi:*

$$A = \left\{ \frac{2\sqrt{5}-1}{3}, 1 \right\}; \quad B = \left\{ \frac{5}{13}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{5}{6} \right\}; \quad C = \left\{ \frac{5}{13}, \frac{3}{8}, \frac{7}{15}, \frac{8}{17} \right\};$$

$$D = \left\{ -\frac{5}{13}, -\frac{3}{8}, -\frac{7}{15}, -\frac{8}{17} \right\}; \quad E = \left\{ \sqrt[3]{\frac{1}{4}}, \frac{1}{4}, \sqrt{\frac{1}{2}}, \frac{1}{3} \right\}; \quad F = \left\{ -\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt[3]{-\frac{4}{5}}, -\frac{1}{2} \right\}.$$

**Esercizio 1.1.2.** *Per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  la disequazione  $kx^2 - x - k > 0$  ha come insieme di soluzioni un intervallo limitato di numeri reali?*

1.  $k < 0$ .
2.  $k \geq 1$ .
3.  $k > 0$ .
4.  $\forall k \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 1.1.3.** Dato il sistema  $\begin{cases} 1 < x^2 \leq 4 \\ x^2 - 5x + 6 \geq 0 \end{cases}$ , quale è l'insieme delle soluzioni

1.  $]1, 4]$ .
2.  $] - \infty, 2] \cup [3, +\infty[$ .
3.  $[-2, -1[ \cup ]1, 2]$ .
4.  $] - \infty, 1] \cup [4, +\infty[$ .

**Esercizio 1.1.4.** Data la disequazione  $\frac{x}{x-2} \leq \frac{x-2}{x}$ , quale tra i seguenti è l'insieme delle sue soluzioni?

1.  $x < 0 \vee x > 1$ .
2.  $x < 0 \vee 1 \leq x < 2$ .
3.  $0 < x < 2$ .
4. tutti gli  $x$  reali tranne  $x = 0$  e  $x = 2$ .

**Esercizio 1.1.5.** Si consideri la disequazione  $(x^6 - x^2 - 1) \cdot (1 + x^2 - x^6) \leq 0$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

1. È sempre verificata.
2. È verificata per  $x < 0$ .
3. Non ha nessuna soluzione.
4. È verificata per  $x > 0$ .

**Esercizio 1.1.6.** Data la disequazione  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})x < 0$ , quale dei seguenti è l'insieme delle sue soluzioni?

1.  $x < 0$ .
2.  $x \leq 0$ .
3.  $\mathbb{R}$ .
4.  $x > 0$ .

**Esercizio 1.1.7.** Per quale valore di  $a \in \mathbb{R}$  la disequazione  $x^2 - 6x + a > 0$  è verificata per tutti gli  $x$  reali tranne uno?

1.  $a = 0$ .
2.  $a = 9$ .
3.  $a = -9$ .
4.  $a = 3$ .

**Esercizio 1.1.8.** Data la disequazione  $x^4 - x^2 \geq 0$ , quale tra i seguenti è l'insieme delle sue soluzioni?

1.  $x \leq -1 \vee x \geq 1$ .
2.  $-1 \leq x \leq 1$ .
3.  $x \neq 0$ .
4.  $x \leq -1 \vee x = 0 \vee x \geq 1$ .

**Esercizio 1.1.9.** Sia  $S$  l'insieme delle soluzioni della disequazione  $x \cdot (x - 3) > 0$ . Quale tra le seguenti disequazioni **non ha**  $S$  come insieme delle soluzioni?

1.  $\frac{1}{x \cdot (x - 3)} > 0$ .
2.  $0 > \frac{x - 3}{x}$ .
3.  $x^2 > 3x$ .
4.  $\frac{x}{x - 3} > 0$ .

**Esercizio 1.1.10.** Siano  $S_1$  l'insieme delle soluzioni della disequazione  $\frac{1 + 2x}{8x - 3} \geq 0$  e  $S_2$  l'insieme delle soluzioni della disequazione  $6x - 2x^3 < 0$ . Posto  $A = S_1 \cap S_2$ , quale tra le seguenti risposte è vera?

1.  $A = (-\sqrt{3}, -\frac{1}{2}] \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ .
2.  $A = (-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ .

3.  $A = (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ .

4.  $A = (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup ](\frac{3}{8}, +\infty)$ .

**Esercizio 1.1.11.** Data la disequazione (d):  $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+8} \leq 0$ , quale delle seguenti risposte è vera?

1. La disequazione (d) è equivalente a  $\frac{1}{(x+2) \cdot (x+8)} < 0$ .

2. La disequazione (d) è equivalente alla disequazione  $\frac{1}{(x+2) \cdot (x+8)} \geq 0$ .

3. La disequazione (d) è verificata solo per  $x \leq 8$ .

4. La disequazione (d) è verificata per  $x < -2 \vee x > 8$ .

**Esercizio 1.1.12.** Data la disequazione (d):  $\sin(6) \cdot x > 0$ , quale tra le seguenti risposte è vera?

1. La disequazione (d) è verificata per  $x \neq 0$ .

2. La disequazione (d) non è mai verificata.

3. La disequazione (d) è verificata per  $x < 0$ .

4. La disequazione (d) è verificata per  $x > 0$ .

## 1.2 Soluzioni

**Soluzione dell'esercizio 1.1.1:** daremo solo i valori del massimo, lasciando la ricerca del minimo allo studente

$$\begin{aligned}\max A &= \frac{2\sqrt{5}-1}{3}; & \max B &= \frac{7}{8}; & \max C &= \frac{8}{17}; \\ \max D &= -\frac{3}{8}; & \max E &= \sqrt{\frac{1}{2}}; & \max F &= -\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

**Soluzione dell'esercizio 1.1.2:** la risposta cercata è la 1.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.3:** la risposta cercata è la 3.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.4:** la risposta cercata è la 2.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.5:** la risposta cercata è la 1.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.6:** la risposta cercata è la 4.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.7:** la risposta cercata è la 2.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.8:** la risposta cercata è la 1.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.9:** la risposta cercata è la 2.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.10:** la risposta cercata è la 1.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.11:** la risposta cercata è la 1.

**Soluzione dell'esercizio 1.1.12:** la risposta cercata è la 1.