# LOGICA

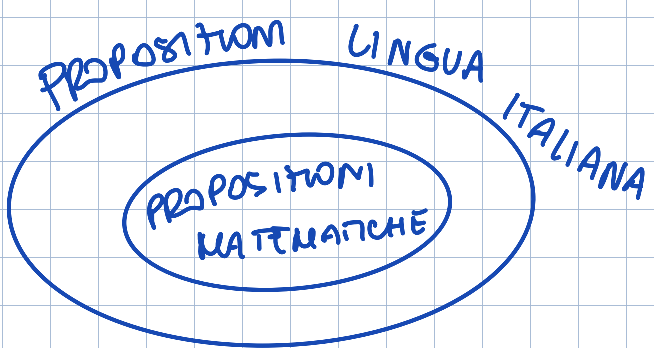
**PROPOSIZIONE:** UNA FRASE DI SENSO COMPIUTO CHE SI POSSA DEFINIRE VERA O FALSA.

**ES.** OGGI C'È IL SOLE ✓

NAPOLEONE HA VINTO A WATERLOO ✓

CHE ORE SONO? ✗

**OSS:** IN UNA PROPOSIZIONE COMPARE NECESSARIAMENTE IL PREDICATO (VERBALE) MA L'ESISTENZA DEL PREDICATO (VERBALE) <u>NON</u> CI GARANTISCE CHE SI TRATTI DI UNA PROPOSIZIONE.




**PREDICATO:** UNA FRASE IN CUI COMPAIONO UNO O PIÙ PARAMETRI. DIVENTA UNA PROPOSIZIONE (QUINDI VERA O FALSA) A SECONDA DEL VALORE ASSUNTO DAI PARAMETRI AL SUO INTERNO.

ES: $P(x,y) \equiv$ " $x=y$ " È UN PREDICATO

$P(3\cdot 2, 6)$ PROPOSIZIONE VERA

$P(5,6)$ PROPOSIZIONE FALSA

$\exists$ = " ESISTE ALMENO UN " QUANTIFICATORE ESISTENZIALE

$\forall$ = " PER OGNI " QUANTIFICATORE UNIVERSALE

OSS: - LA NEGAZIONE DI " $\exists$ " È " $\forall$ "

- LA NEGAZIONE DI " $\forall$ " È " $\exists$ "

EQUIVALENZA LOGICA: DATE DUE PROPOSIZIONI $a$ e $B$ ESSE SONO LOGICAMENTE EQUIVALENTI SE ASSUMONO LO STESSO VALORE DI VERITÀ.

## OPERATORI LOGICI

"NON"

| $a$ | $\bar{a}$ |
|---|---|
| V | F |
| F | V |

L'OPERATORE "NON" È UN OPERATORE UNARIO

| $a$ | $\bar{a}$ | $\bar{\bar{a}}$ |
|---|---|---|
| V | F | V |
| F | V | F |

ES. "NON È VERO CHE $\forall x \in A$, $x > 1$"

È LOGICAMENTE EQUIVALENTE A: "$\exists x \in A$, $x \leq 1$"

"ET"
CONGIUNZIONE LOGICA

| $a$ | $B$ | $a \wedge B$ |
|---|---|---|
| F | F | F |
| F | V | F |
| V | F | F |
| V | V | V |

OSS: "ET" È UN OPERATORE BINARIO

$a$ e $B$ VERA <u>SE E SOLO SE</u> SONO VERE $a$, $B$.

## "O / VEL"

DISGIUNZIONE LOGICA

| $a$ | $b$ | $a \vee b$ |
|---|---|---|
| F | F | F |
| F | V | V |
| V | F | V |
| V | V | V |

OSS: "VEL" OPERATORE BINARIO

## ESERCIZIO / TEOREMA

① "$a$ e $b$" ≡ "non [(non $a$) o (non $b$)]"

| $a$ | $b$ | $a \wedge b$ | $\bar{a}$ | $\bar{b}$ | $\bar{a} \vee \bar{b}$ | $\overline{\bar{a} \vee \bar{b}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| F | F | F | V | V | V | F |
| F | V | F | V | F | V | F |
| V | F | F | F | V | V | F |
| V | V | V | F | F | F | V |

② "$a$ o $b$" ≡ "non [(non $a$) e (non $b$)]"

OSS: IL RISULTATO PRECEDENTE CI PERMETTE DI RIDURRE A DUE GLI OPERATORI LOGICI FONDAMENTALI.

"IMPLICA" $\Rightarrow$  INPLICA / SE... ALLORA

| $a$ | $B$ | $a \Rightarrow B$ |
|---|---|---|
| F | F | V |
| F | V | V |
| V | F | F |
| V | V | V |

OSS: RISULTA FALSA IN UN SOLO CASO ANTECEDENTE VERO E CONSEGUENTE FALSO

OSS: SE L'ANTECEDENTE È FALSO L'IMPLICAZIONE È SEMPRE VERA.

TEOREMA: "$a \Rightarrow B$" $\equiv$ "(non $a$) o $B$"

| $a$ | $B$ | $a \Rightarrow B$ | non $a$ | (non $a$) o $B$ |
|---|---|---|---|---|
| F | F | V | V | V |
| F | V | V | V | V |
| V | F | F | F | F |
| V | V | V | F | V |

c.v.d.

## "SE E SOLO SE" $\Leftrightarrow$ EQUIVALENZA LOGICA

| $a$ | $B$ | $a \Leftrightarrow B$ |
|---|---|---|
| F | F | V |
| F | V | F |
| V | F | F |
| V | V | V |

## ESERCIZIO (MODUS PONENS)

DIMOSTRARE CHE "$[(a \Rightarrow B) \text{ e } a] \Rightarrow B$" È SEMPRE VERA

DIM.

| $a$ | $B$ | $a \Rightarrow B$ | $(a \Rightarrow B) \wedge a$ | $[(a \Rightarrow B) \wedge a] \Rightarrow B$ |
|---|---|---|---|---|
| F | F | V | F | V |
| F | V | V | F | V |
| V | F | F | F | V |
| V | V | V | V | V |

## MODUS TOLLENS

PROVARE CHE "$[(a \Rightarrow B) \text{ e non } B] \Rightarrow \text{non } a$" È SEMPRE VERA.

| $a$ | $B$ | $a \Rightarrow B$ | non $B$ | $(a \Rightarrow B)$ e (non $B$) |
|---|---|---|---|---|
| F | F | V | V | V |
| F | V | V | F | F |
| V | F | F | V | F |
| V | V | V | F | F |

$[(a \Rightarrow B)$ e (non $B$)$] \Longrightarrow$ non $a$

V

V

V

V

CONTRONOMINALE: "$a \Rightarrow B$" $\Leftarrow\Rightarrow$ "$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$"

DIM.

ES. "$\mathcal{A} \iff \mathcal{B}$" EQUIVALE A "$\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B} \wedge \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{A}$"

| $\mathcal{A}$ | $\mathcal{B}$ | $\boxed{\mathcal{A} \iff \mathcal{B}}$ | $\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$ | $\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{A}$ | $\boxed{\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B} \wedge \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{A}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| F | F | V | V | V | V |
| F | V | F | V | F | F |
| V | F | F | F | V | F |
| V | V | V | V | V | V |

ESERCIZIO:

PROVARE CHE "QUALSIASI SIANO $a, b \in \mathbb{R}$, $a \cdot b = 0 \Rightarrow \begin{matrix} a = 0 \\ \text{o} \\ b = 0 \end{matrix}$"

(*)

DIM.

PONIAMO $\mathcal{A} \equiv$ "$a \cdot b = 0$" $\mathcal{B} \equiv$ "$a = 0$" $\mathcal{C} \equiv$ "$b = 0$"

(*) EQUIVALE A "$\forall a, b \in \mathbb{R}$, $\mathcal{A} \Rightarrow (\mathcal{B}$ o $\mathcal{C})$"

SFRUTTIAMO LA CONTRONOMINALE

(*) $\iff$ (**) $\forall a, b \in \mathbb{R}$ non $(\mathcal{B}$ o $\mathcal{C}) \Rightarrow$ non $\mathcal{A}$

(**) $\iff$ (***) $\forall a, b \in \mathbb{R}$ (non $\mathcal{B}$) e (non $\mathcal{C}$) $\Rightarrow$ non $\mathcal{A}$

LA (***) È SICURAMENTE VERA PERCHÉ

SE $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow a \cdot b \neq 0$.

c.v.d.

**Esercizio**: Scrivete in modo equivalente

"Non è vero che: mi piace l'aglio ma (e) non voglio mangiarlo"

**Esercizio**: Scrivete in modo equivalente

"Non è vero che non voglio guardare e voglio comprare"