

CORSO DI FOTOGRAMMETRIA E TELERILEVAMENTO

Prof. Riccardo Roncella

ORIENTAMENTO ESTERNO



SOMMARIO

- Orientamento esterno dei fotogrammi
- Orientamento di un singolo fotogramma (Resezione)
- Triangolazione di due o più fotogrammi
 - Triangolazione aerea a stelle proiettive
 - Orientamento Assoluto
 - Orientamento Relativo
 - Triangolazione aerea a modelli indipendenti



EQUAZIONI DI COLLINEARITA'

Equazioni di collinearità:

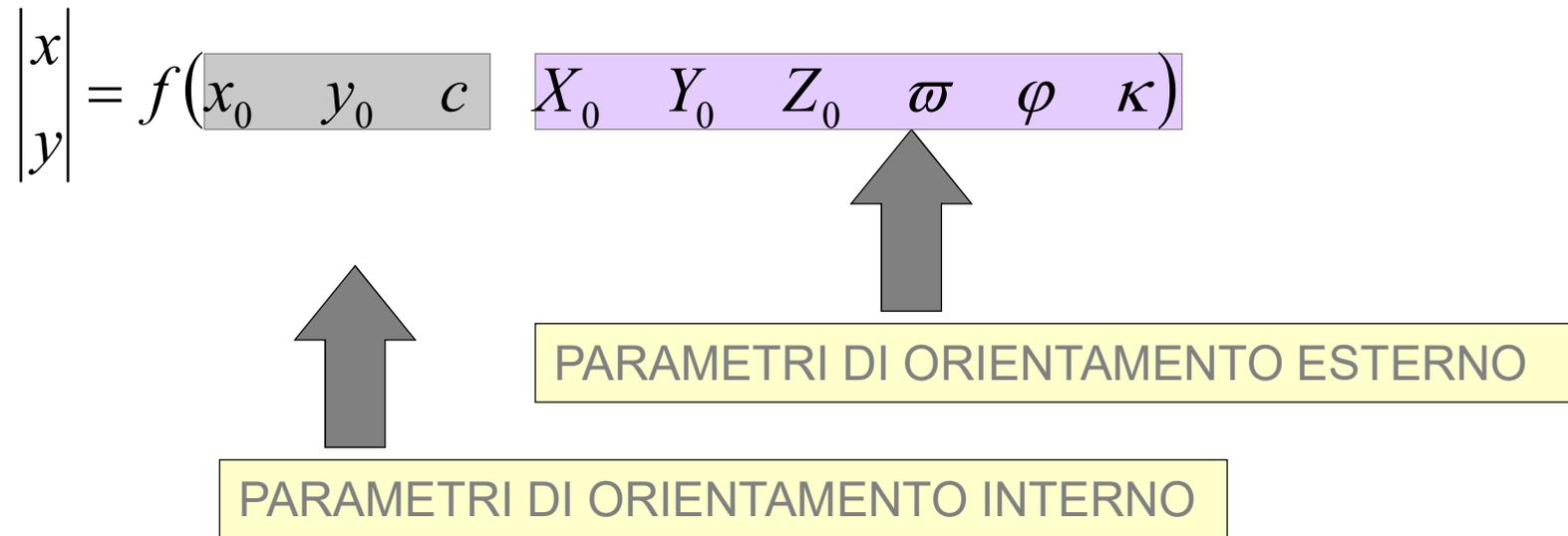
$$x = x - x_0 = \frac{-c[r_{11}(X_0 - X) + r_{12}(Y_0 - Y) + r_{13}(Z_0 - Z)]}{[r_{31}(X_0 - X) + r_{32}(Y_0 - Y) + r_{33}(Z_0 - Z)]}$$
$$y = y - y_0 = \frac{-c[r_{21}(X_0 - X) + r_{22}(Y_0 - Y) + r_{23}(Z_0 - Z)]}{[r_{31}(X_0 - X) + r_{32}(Y_0 - Y) + r_{33}(Z_0 - Z)]}$$

Abbiamo visto che le coordinate immagine di un punto dipendono da:

$$\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = f(x_0 \quad y_0 \quad c \quad X_0 \quad Y_0 \quad Z_0 \quad \varpi \quad \varphi \quad \kappa)$$



ORIENTAMENTO ESTERNO



Ammettendo che i parametri di orientamento interno siano noti (CALIBRAZIONE) come facciamo a determinare i parametri di orientamento esterno relativi a ciascun fotogramma?

RESEZIONE - DLT

Essendo un problema non lineare, se ho più di 3 punti d'appoggio per determinare gli OE devo ricorrere ad un sistema a minimi quadrati: Ho bisogno dei parametri approssimati.

$$x = x - x_0 = \frac{-c[r_{11}(X_0 - X) + r_{12}(Y_0 - Y) + r_{13}(Z_0 - Z)]}{[r_{31}(X_0 - X) + r_{32}(Y_0 - Y) + r_{33}(Z_0 - Z)]}$$
$$y = y - y_0 = \frac{-c[r_{21}(X_0 - X) + r_{22}(Y_0 - Y) + r_{23}(Z_0 - Z)]}{[r_{31}(X_0 - X) + r_{32}(Y_0 - Y) + r_{33}(Z_0 - Z)]}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{a}_1 = r_{31}x_0 - r_{11}c \\ \bar{a}_2 = r_{32}x_0 - r_{21}c \\ \vdots \\ \bar{a}_4 = x_0(r_{31}X_0 + \dots) - c(r_{11}X_0 + \dots) \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\bar{a}_1 X + \bar{a}_2 Y + \bar{a}_3 Z + \bar{a}_4}{\bar{c}_1 X + \bar{c}_2 Y + \bar{c}_3 Z + \bar{c}_4} \\ y = \frac{\bar{b}_1 X + \bar{b}_2 Y + \bar{b}_3 Z + \bar{b}_4}{\bar{c}_1 X + \bar{c}_2 Y + \bar{c}_3 Z + \bar{c}_4} \end{array} \right.$$



RESEZIONE - DLT

Dividendo per c_4 :

$$\begin{cases} x = \frac{\bar{a}_1 X + \bar{a}_2 Y + \bar{a}_3 Z + \bar{a}_4}{\bar{c}_1 X + \bar{c}_2 Y + \bar{c}_3 Z + \bar{c}_4} \\ y = \frac{\bar{b}_1 X + \bar{b}_2 Y + \bar{b}_3 Z + \bar{b}_4}{\bar{c}_1 X + \bar{c}_2 Y + \bar{c}_3 Z + \bar{c}_4} \end{cases}$$

Ho 11 incognite, quindi mi servono sei punti di appoggio per determinare tutti i parametri.

Una volta noti tutti gli a_i , b_i e c_i posso ricavare i parametri di orientamento esterno ed interno.



RESEZIONE - DLT



Perché nella DLT ho 11 parametri se in realtà i miei parametri di OE e OI sono in tutto solo 9?

Nell'impostazione analitica della DLT si tiene in conto di due ulteriori parametri di orientamento interno:

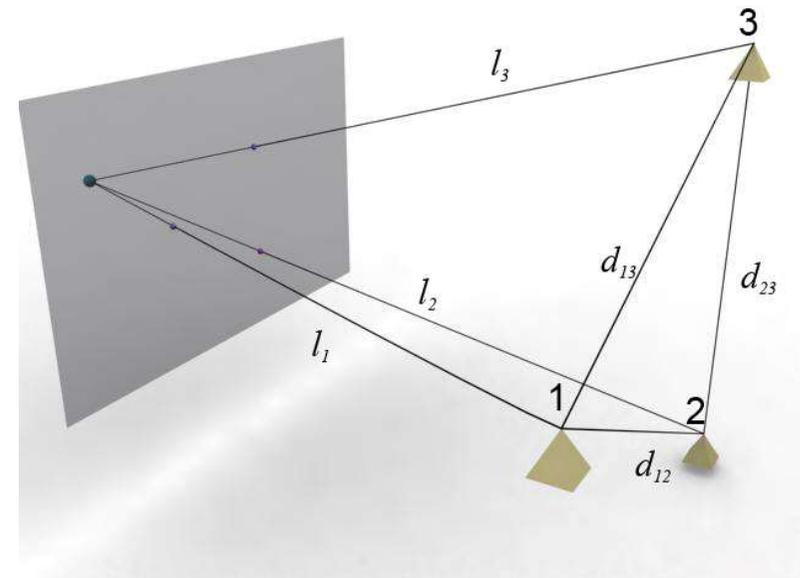
1. La non ortogonalità degli assi di riferimento nel sistema immagine.
2. Il differente fattore di scala fra asse x e asse y nel sistema immagine.

IN TUTTO HO 11 PARAMETRI DI ORIENTAMENTO!!!



RESEZIONE

Ammettiamo di avere un solo fotogramma in cui siano stati collimati tre punti corrispondenti a punti terreno di coordinate note (punti d'appoggio):



- ❑ Le distanze fra ciascun punto nello spazio terreno sono note.
- ❑ Gli angoli formati dai raggi di proiezione sono noti.

Dal teorema di Carnot otteniamo:

$$d_{ij}^2 = l_i^2 + l_j^2 - 2l_i l_j \cos \theta_{ij}$$

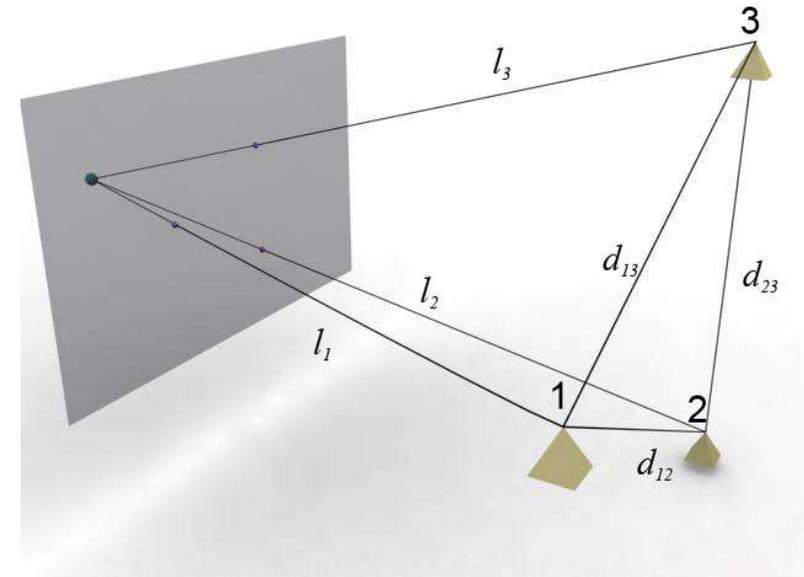
Essendo note le tre distanze possiamo scrivere tre equazioni nelle tre incognite



RESEZIONE

Note le tre distanze l_1 , l_2 e l_3 :

1. Calcoliamo le coordinate dei punti 1, 2 e 3 nel sistema immagine;
2. Stimiamo la rototraslazione tra sistema immagine e sistema terreno che porta a coincidere i due set di punti.
3. Ho 6 incognite (parametri OE), 9 equazioni di cui solo 6 indipendenti (ho le tre condizioni di distanza imposte precedentemente).



N.B. La stima della rototraslazione è una stima non lineare...



RESEZIONE – CONFIGURAZIONI CRITICHE

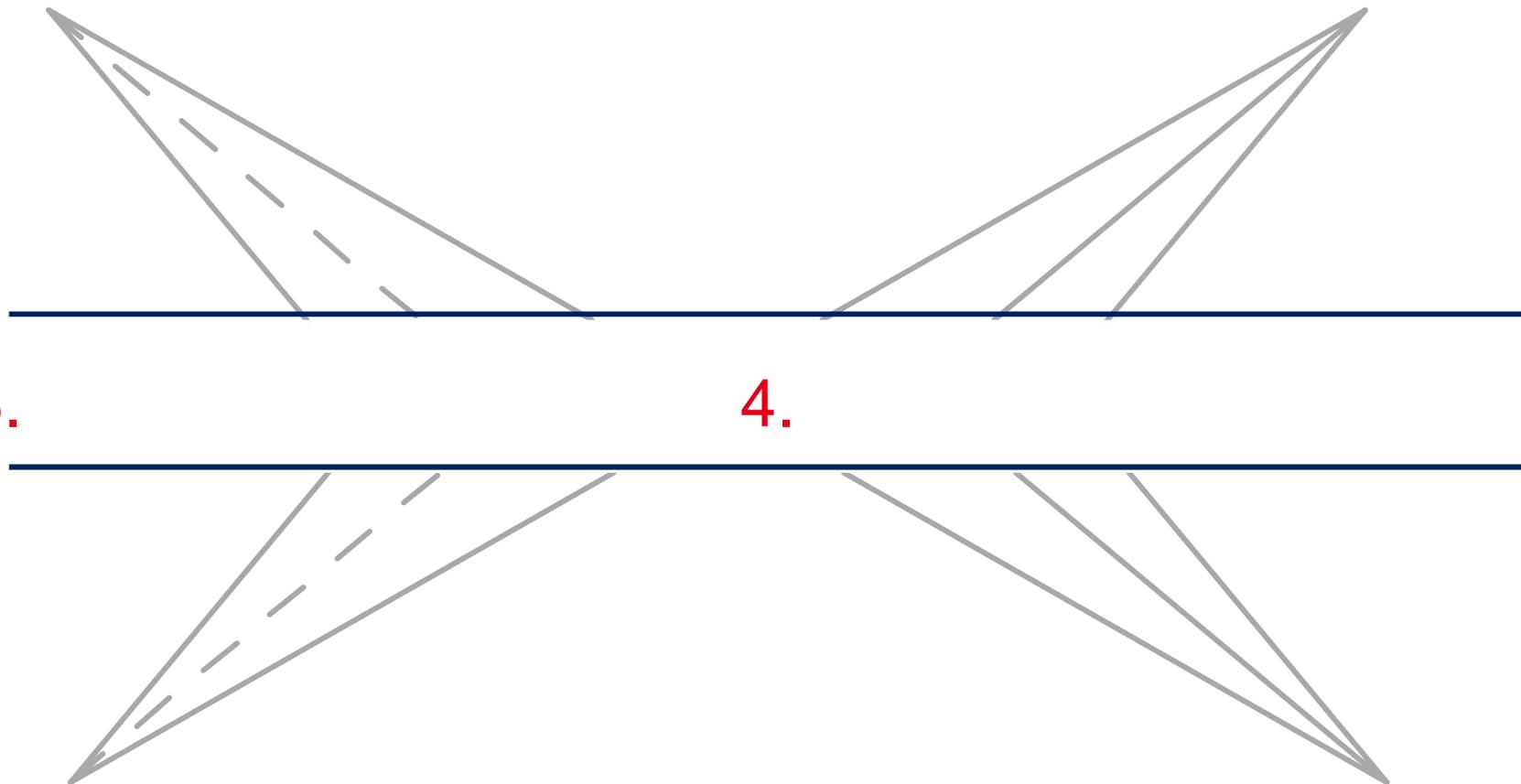
Utilizzando solo 3 punti per la stima dei parametri di OE è facile accorgersi che esistono quattro configurazioni equivalenti dal punti di vista proiettivo:

1.

2.

3.

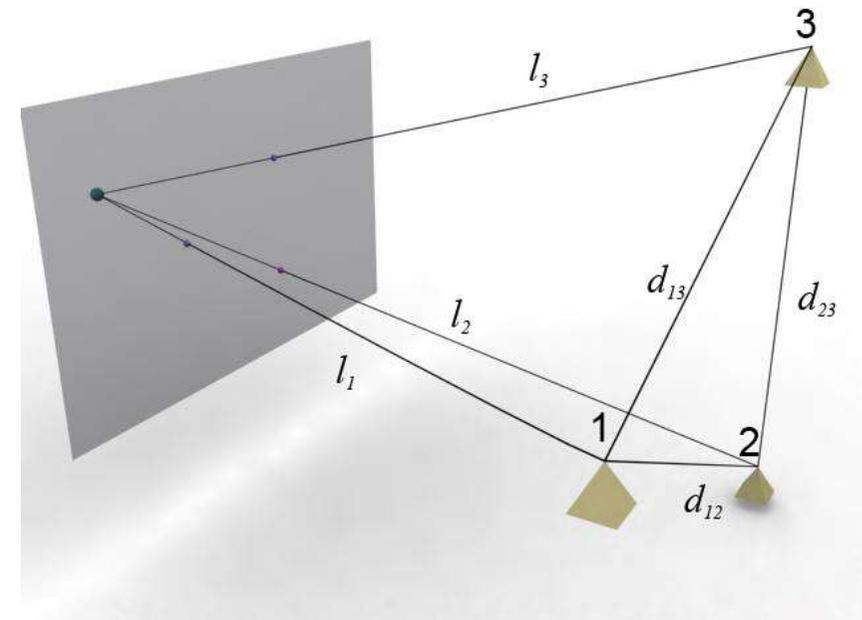
4.



RESEZIONE

Se ammettiamo un certo grado di incertezza nelle collimazioni la qualità di stima degli OE dipende fortemente dalla disposizione sul fotogramma delle immagini dei punti d'appoggio:

Se immaginiamo il fotogramma “appeso” ai raggi di proiezione e interpretiamo la precisione di collimazione come la dimensione dei “forellini” attraverso cui passano i raggi stessi, abbiamo che:



1. Maggiore la dimensione dei “forellini” maggiore è il grado di libertà del fotogramma di muoversi nello spazio.
2. Più i punti si trovano distanti gli uni dagli altri (sul fotogramma) minore sarà la possibilità di movimento del fotogramma stesso.
3. Se i punti sono approssimativamente allineati il fotogramma può ruotare attorno alla linea che li interpola, portando ad una cattiva stima dei parametri di OE.



RESEZIONE - SOMMARIO

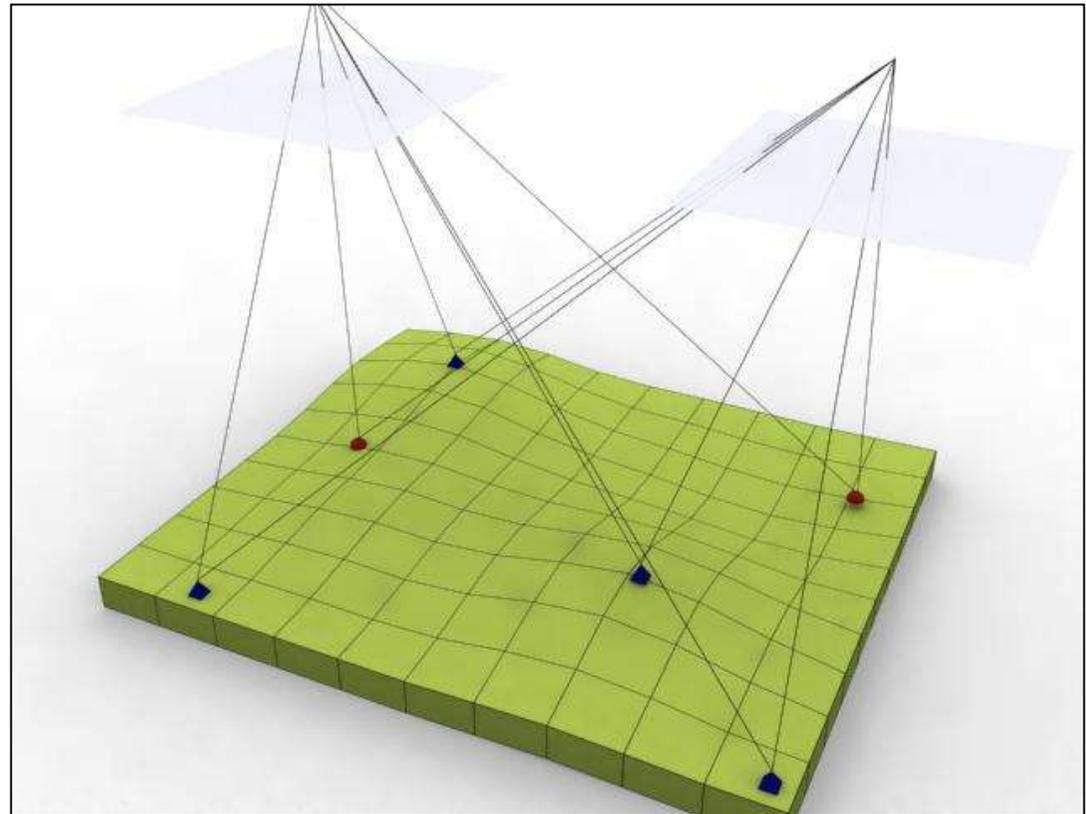
- Con la Resezione posso stimare l'orientamento di un singolo fotogramma;
- L'orientamento avviene in un unico passaggio;
- Ho bisogno (in pratica) di almeno 4 punti d'appoggio per ciascun fotogramma;
- Con la DLT si possono stimare contemporaneamente i parametri di OE e di OI ma è meno stabile numericamente;
- Se i parametri di OI sono noti è preferibile utilizzare il metodo dei triedri (più preciso);
- Devo fare attenzione alla disposizione dei punti d'appoggio sul fotogramma.



STEREO RESTITUZIONE

Consideriamo il caso in cui i fotogrammi da orientare siano due:
Potremo disporre in generale di:

- Punti d'appoggio pieni
(note XYZ)
- Punti d'appoggio parziali
(note solo Z o solo XY)
- Punti di legame
- Punti di controllo



ORIENTAMENTO (1 PASSO)

Punti d'appoggio:

$$\xi_{i1} = f(\xi_0, c, X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, \varpi_1, \phi_1, \kappa_1, X_i, Y_i, Z_i)$$

$$\eta_{i1} = f(\eta_0, c, X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, \varpi_1, \phi_1, \kappa_1, X_i, Y_i, Z_i)$$

$$\xi_{i2} = f(\xi_0, c, X_{02}, Y_{02}, Z_{02}, \varpi_2, \phi_2, \kappa_2, X_i, Y_i, Z_i)$$

$$\eta_{i2} = f(\eta_0, c, X_{02}, Y_{02}, Z_{02}, \varpi_2, \phi_2, \kappa_2, X_i, Y_i, Z_i)$$

PARAMETRI OE:

12 Incognite

Posso scrivere 4 equazioni, le incognite sono solo quelle relative all'OE (legate ai fotogrammi e uguali per tutti i punti d'appoggio)

Se conosco il punto solo in planimetria (XY)

1 Incognita aggiuntiva;

Se conosco il punto solo in quota (Z)

2 Incognite aggiuntive;



ORIENTAMENTO (1 PASSO)

Punti di legame:

$$\begin{aligned}\xi_{i1} &= f(\xi_0, c, X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, \varpi_1, \phi_1, \kappa_1, X_i, Y_i, Z_i) \\ \eta_{i1} &= f(\eta_0, c, X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, \varpi_1, \phi_1, \kappa_1, X_i, Y_i, Z_i) \\ \xi_{i2} &= f(\xi_0, c, X_{02}, Y_{02}, Z_{02}, \varpi_2, \phi_2, \kappa_2, X_i, Y_i, Z_i) \\ \eta_{i2} &= f(\eta_0, c, X_{02}, Y_{02}, Z_{02}, \varpi_2, \phi_2, \kappa_2, X_i, Y_i, Z_i)\end{aligned}$$

PARAMETRI OE:

12 Incognite

COORDINATE XYZ:

3 Incognite

Posso sempre scrivere 4 equazioni, le incognite sono quelle relative all'OE (legate ai fotogrammi) e le coordinate del punto di legame (3 Incognite per ogni punto)



ORIENTAMENTO ESTERNO



Come facciamo a determinare i parametri di orientamento esterno di ciascun fotogramma?

$$x = x - x_0 = \frac{-c[r_{11}(X_0 - X) + r_{12}(Y_0 - Y) + r_{13}(Z_0 - Z)]}{[r_{31}(X_0 - X) + r_{32}(Y_0 - Y) + r_{33}(Z_0 - Z)]}$$
$$y = y - y_0 = \frac{-c[r_{21}(X_0 - X) + r_{22}(Y_0 - Y) + r_{23}(Z_0 - Z)]}{[r_{31}(X_0 - X) + r_{32}(Y_0 - Y) + r_{33}(Z_0 - Z)]}$$

Analiticamente: E' possibile invertire le equazioni di collinearità una volta che si dispone di un numero di equazioni maggiore al numero delle incognite.

Ogni punto misurato su un fotogramma	2 Equazioni (coll.)
Ogni punto terreno considerato	3 Incognite (XYZ)
Ogni fotogramma utilizzato	6 Incognite (O.E.)
Ogni fotocamera utilizzata	3+ Incognite (O.I.)



TIPOLOGIE DI ORIENTAMENTO

Ogni punto misurato su un fotogramma	2 Equazioni (coll.)
Ogni punto terreno considerato	3 Incognite (XYZ)
Ogni fotogramma utilizzato	6 Incognite (O.E.)
Ogni fotocamera utilizzata	3+ Incognite (O. I.)

Un solo fotogramma (RESEZIONE):

- Non ha senso considerare punti terreno di coordinate incognite (aumento solo il numero totale di incognite).
- Ho solo 6 incognite (i 6 parametri di O. E.)
- Mi servono teoricamente solo 3 punti di coordinate terreno note (scrivo 6 equazioni)

ATTENZIONE: Le eq. di collinearità non sono lineari quindi con 3 punti non è garantita l'unicità della soluzione.



TIPOLOGIE DI ORIENTAMENTO

Ogni punto misurato su un fotogramma	2 Equazioni (coll.)
Ogni punto terreno considerato	3 Incognite (XYZ)
Ogni fotogramma utilizzato	6 Incognite (O.E.)
Ogni fotocamera utilizzata	3+ Incognite (O. I.)

Due o più fotogrammi (Triangolazione Aerea o TA):

- Ha senso considerare punti terreno di coordinate incognite purché collimati su almeno due fotogrammi (diminuisce il numero totale di incognite).
- Ho $6 \cdot n$ incognite (n = numero fotogrammi)
- Il numero di equazioni deve essere maggiore o uguale al numero di incognite

ATTENZIONE: Anche in questo caso posso avere situazioni di ambiguità



ORIENTAMENTO (1 PASSO)

Noti un numero di punti d'appoggio e punti di legame sufficiente (numero di equazioni maggiore o uguale al numero di incognite) posso generare un sistema a minimi quadrati e stimare i parametri ottimali.

$$\begin{cases} \xi_{i1} - f(\xi_0, c, X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, \varpi_1, \phi_1, \kappa_1, X_i, Y_i, Z_i) = v_{\xi,i} \\ \eta_{i1} - f(\eta_0, c, X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, \varpi_1, \phi_1, \kappa_1, X_i, Y_i, Z_i) = v_{\eta,i} \end{cases}$$
$$t.c. \quad \sum_j v_j^2 = \min$$

La procedura avviene in un singolo passaggio, andando a scrivere per ciascun punto su ciascun fotogramma le due equazioni di collinearità e considerando come incognite oltre che i parametri di OE anche le coordinate dei punti di legame e dei punti d'appoggio incompleti.



TRIANGOLAZIONE AEREA A STELLE PROIETTIVE

VANTAGGI DELLE STELLE PROIETTIVE:

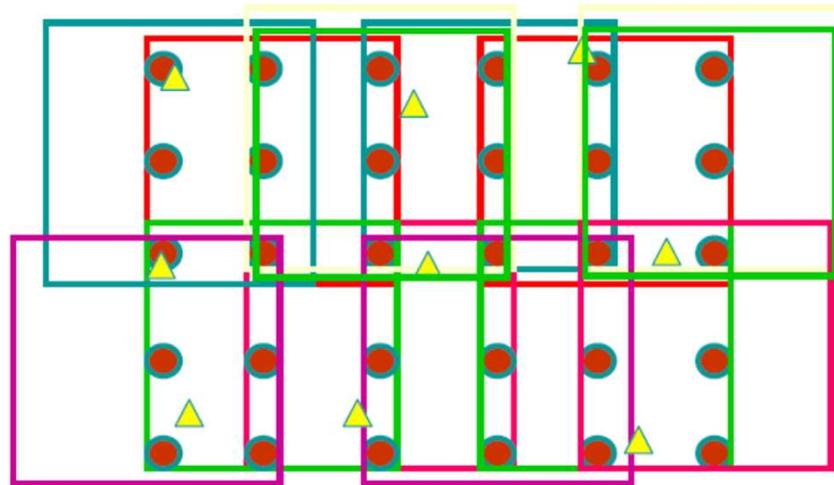
- L'orientamento avviene in un singolo passaggio
- Rispetto alla resezione tengo in conto anche del fatto che un punto è visto su più fotogrammi
- Posso considerare punti d'appoggio incompleti
- Orientamento e restituzione dei punti di legame avvengono contemporaneamente (sono già riferito al sistema terreno)
- Posso considerare condizioni aggiuntive (interdistanze, etc.)

N.B. Il metodo è però strettamente analitico



TRIANGOLAZIONE FOTOGRAMMETRICA

Se dispongo di più di due fotogrammi (blocco fotogrammetrico) le relazioni appena viste continuano ad essere valide ma posso avere meno di 3 GCP per coppia di fotogrammi



Si parla allora di Triangolazione Fotogrammetrica (o Aerea).

Quello che voglio ottenere è:

- Orientamento di tutti i fotogrammi
- Coordinate terreno di tutti i punti di legame



TRIANGOLAZIONE FOTOGRAMMETRICA

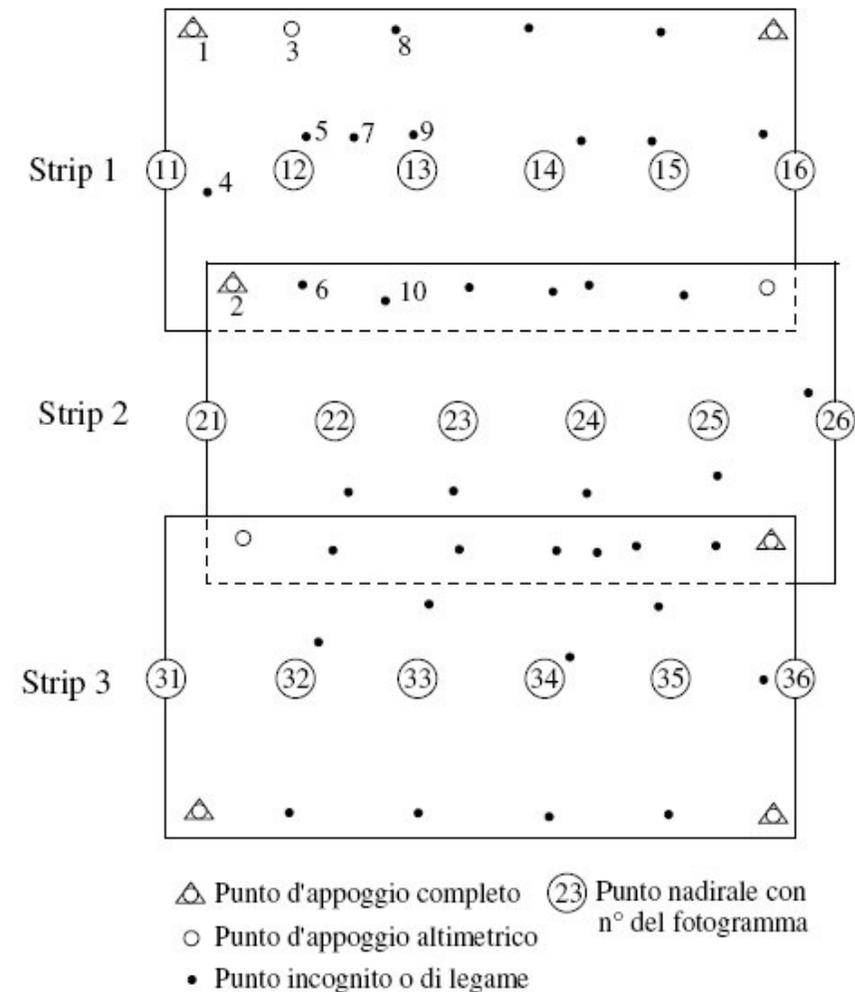
In fotogrammetria aerea il blocco ha generalmente una struttura regolare:

Struttura del blocco:

- Ricoprimento longitud. = 60%
- Ricoprimento trasv. = 20÷25%

Dati di partenza:

- Punti d'appoggio
- Punti di legame



TRIANGOLAZIONE AEREA A STELLE PROIETTIVE

La triangolazione aerea a stelle proiettive (bundle adjustment) è basata direttamente sulle equazioni di collinearità (metodo numerico). L'entità elementare del blocco è il fotogramma e i punti immagine collimati su di esso.

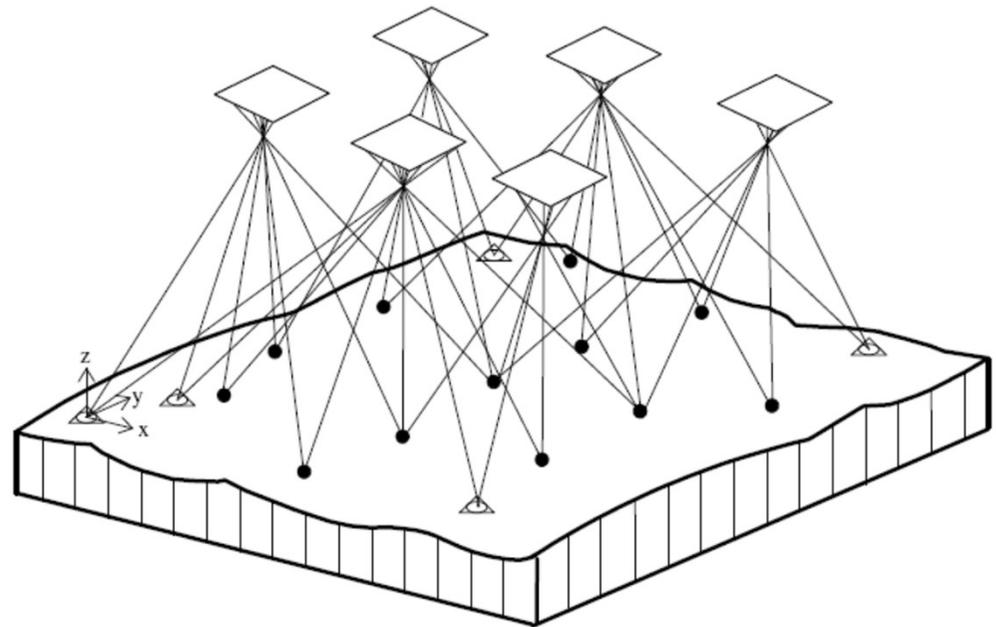
Bilancio equazioni-incognite

Incognite:

- ❑ 6 per ogni fotogramma
- ❑ 3 per ogni punto di legame

Equazioni:

- ❑ $2n$ per ciascun punto visibile su n fotogrammi



TRIANGOLAZIONE AEREA A STELLE PROIETTIVE

Noti i parametri approssimati (orientamento e coordinate dei punti legame) posso linearizzare le equazioni di collinearità e determinare i parametri con un sistema a minimi quadrati:

$$x_{ij} = x_{0j} - c_j \frac{[r_{11j}(X_{0j} - X_i) + r_{12j}(Y_{0j} - Y_i) + r_{13j}(Z_{0j} - Z_i)]}{[r_{31j}(X_{0j} - X_i) + r_{32j}(Y_{0j} - Y_i) + r_{33j}(Z_{0j} - Z_i)]}$$
$$y_{ij} = y_{0j} - c_j \frac{[r_{21j}(X_{0j} - X_i) + r_{22j}(Y_{0j} - Y_i) + r_{23j}(Z_{0j} - Z_i)]}{[r_{31j}(X_{0j} - X_i) + r_{32j}(Y_{0j} - Y_i) + r_{33j}(Z_{0j} - Z_i)]}$$

$$x_{ij} = f(X_{0j}, Y_{0j}, Z_{0j}, \varpi_j, \phi_j, \kappa_j, X_i, Y_i, Z_i)$$

$$y_{ij} = f(X_{0j}, Y_{0j}, Z_{0j}, \varpi_j, \phi_j, \kappa_j, X_i, Y_i, Z_i)$$

Generica equazione di collinearità relativa al punto i-esimo visto sul fotogramma j-esimo



ORIENTAMENTO (2 PASSI)

Posso suddividere l'operazione di orientamento in due passaggi distinti:

1. **ORIENTAMENTO RELATIVO:** Analizzo l'orientamento di un fotogramma rispetto all'altro in un sistema di riferimento arbitrario (spazio modello).
2. **ORIENTAMENTO ASSOLUTO:** Definisco una trasformazione dal sistema di riferimento arbitrario considerato nel precedente passaggio al sistema di riferimento terreno.

ABBIAMO VISTO CHE UNA GENERICA TRASFORMAZIONE FRA DUE SISTEMI DI RIFERIMENTO E' UNA TRASFORMAZIONE DI HELMERT:

$$\mathbf{X} = \lambda R(\varpi, \varphi, \kappa) \cdot \mathbf{x} + \mathbf{X}_0$$

HO 7 PARAMETRI: 1 Scala + 3 Traslazioni + 3 Rotazioni



ORIENTAMENTO (2 PASSI)

- L'orientamento di 2 fotogrammi mette in gioco 12 parametri.
- L'orientamento assoluto ne mette in gioco 7
- Allora: L'orientamento relativo ne mette in gioco 5

Per l'orientamento assoluto:

- Ogni punto d'appoggio completo fornisce 3 equazioni
- Ogni punto d'appoggio planimetrico fornisce 2 equazioni
- Ogni punto d'appoggio altimetrico fornisce 1 equazione

Per l'orientamento relativo:

- Ogni punto di legame fornisce 1 equazione



ORIENTAMENTO RELATIVO

Il principio di complanarità:

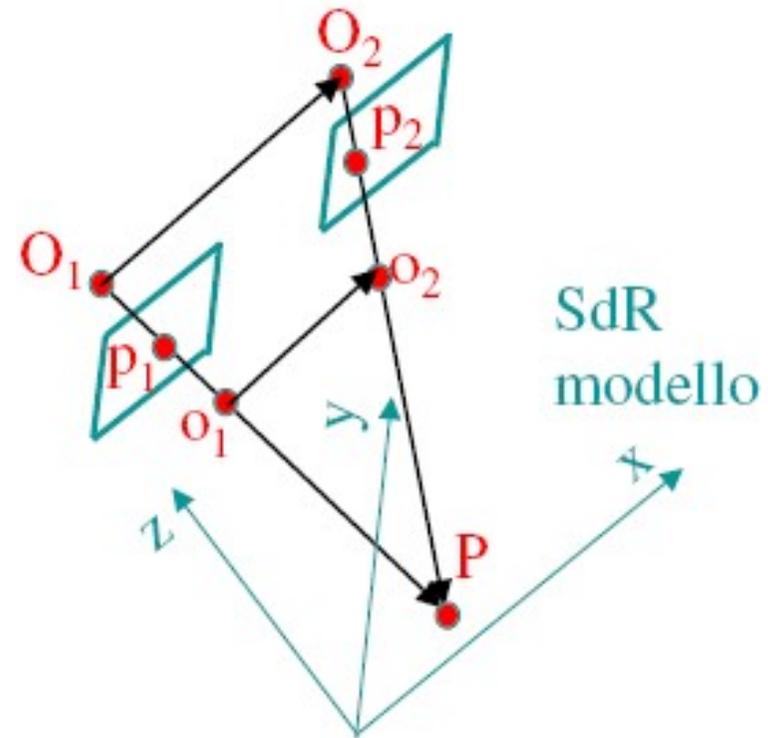
Ammettendo una perfetta intersezione fra i due raggi di proiezione, O_1 , O_2 e P individuano un piano che contiene i due raggi di proiezione.

Per la condizione di collinearità anche i due punti immagine sono contenuti nello stesso piano.

Ne deriva che:

$$(O_1O_2 \wedge O_1P) \cdot O_2P = 0$$

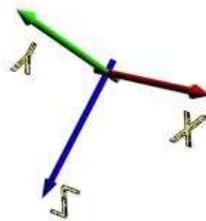
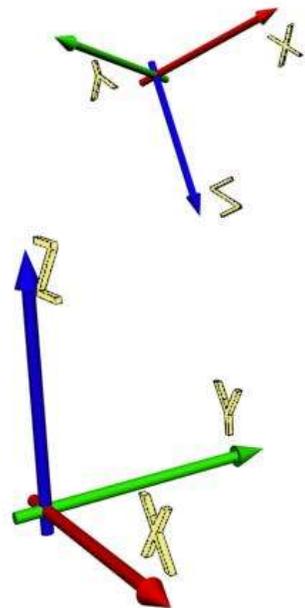
➔ $(O_1O_2 \wedge O_1p_1) \cdot O_2p_2 = 0$ (Equazione di complanarità)



ORIENTAMENTO RELATIVO

Consideriamo il caso generale in cui i due fotogrammi sono orientati arbitrariamente l'uno rispetto all'altro.

Continua a valere la condizione di complanarità.
Se consideriamo tre terne distinte di riferimento:



La condizione di complanarità
 $(O_1O_2 \wedge p_1P) \cdot p_2P = 0$
continua ad essere valida:

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & b_x \\ y_1 & y_2 & b_y \\ z_1 & z_2 & b_z \end{vmatrix} = 0$$



ORIENTAMENTO RELATIVO

Possiamo considerare ciascuna quantità vettoriale definita nel suo sistema di riferimento.

Definiamo $b_x = 1$ e risolviamo l'equazione:

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & b_x \\ y_1 & y_2 & b_y \\ z_1 & z_2 & b_z \end{vmatrix} = 0$$

$$(y_1 z_2 - y_2 z_1) - b_y (x_1 z_2 - x_2 z_1) + b_z (x_1 y_2 - y_1 x_2) = 0$$

Ho ancora una volta una equazione in 8 incognite:

Ciascuna grandezza relativa ai vettori di proiezione dipende da 3 parametri di rotazione, quindi

3 (rotazione I fotogr.) +

3 (rotazione II fotogr.) +

2 (elementi della base) =

8 parametri indipendenti.



ORIENTAMENTO RELATIVO

Come nel caso precedente posso allora fissare 3 parametri:

Orientamento relativo simmetrico:

Fisso la posizione dei due fotogrammi

Scelgo come parametri incogniti le rotazioni delle due camere;

Fisso una delle due rotazioni attorno ad x (es. $d\omega_1$)

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & 1 \\ y_1 & y_2 & 0 \\ z_1 & z_2 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (y_1 z_2 - y_2 z_1) = 0 = f(\phi_1, \kappa_1, \varpi_2, \phi_2, \kappa_2)$$

Nell'orientamento simmetrico la posizione delle due camere resta fisso (sull'asse y) ed entrambe ruotano



ORIENTAMENTO RELATIVO

Orientamento relativo asimmetrico:

Fisso la prima camera;

Ruoto e traslo la seconda camera

$$\begin{vmatrix} \xi_1 & x_2 & 1 \\ \eta_1 & y_2 & b_y \\ -c & z_2 & b_z \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{aligned} & (\eta_1 z_2 + y_2 c) - b_y (\xi_1 z_2 + x_2 c) + b_z (\xi_1 y_2 - \eta_1 x_2) = 0 \\ & = f(b_y, b_z, \varpi_2, \phi_2, \kappa_2) \end{aligned}$$

Nell'orientamento asimmetrico solo la seconda camera si muove (ruota e trasla) mentre la prima resta fissa



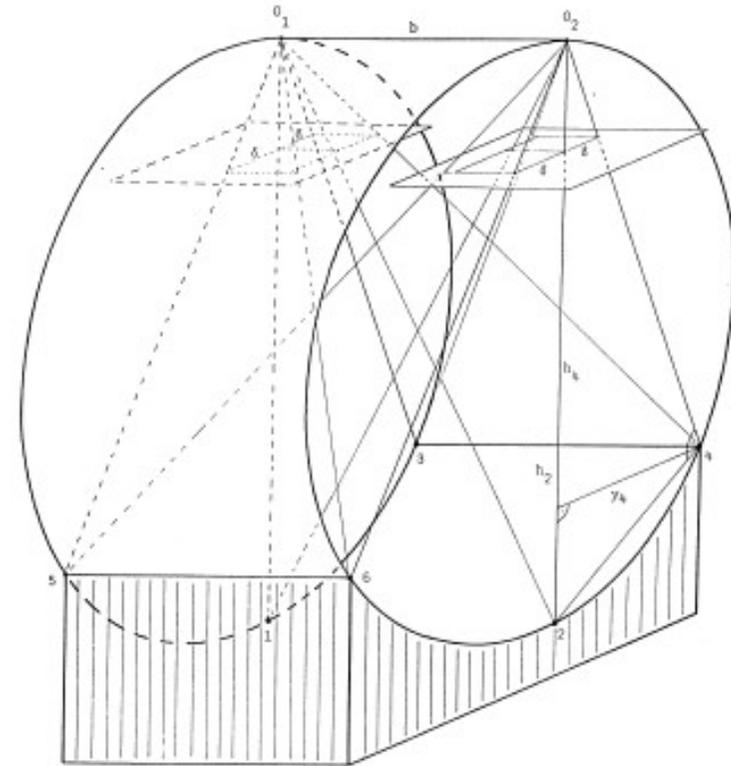
ORIENTAMENTO RELATIVO – CONFIGURAZIONI CRITICHE

Invertendo le 5 equazioni di complanarità per ricavare i parametri di orientamento incogniti si può dimostrare che in certi casi non è possibile determinare $d\omega_2$:

Se i centri di presa e i punti di legame giacciono tutti su un cilindro non è possibile calcolare $d\omega_2$

SOLUZIONI:

1. Utilizzare un'altra focale;
2. Cambiare direzione di volo;
3. Non utilizzare modelli indipendenti



ORIENTAMENTO RELATIVO – CONFIGURAZIONI PUNTI

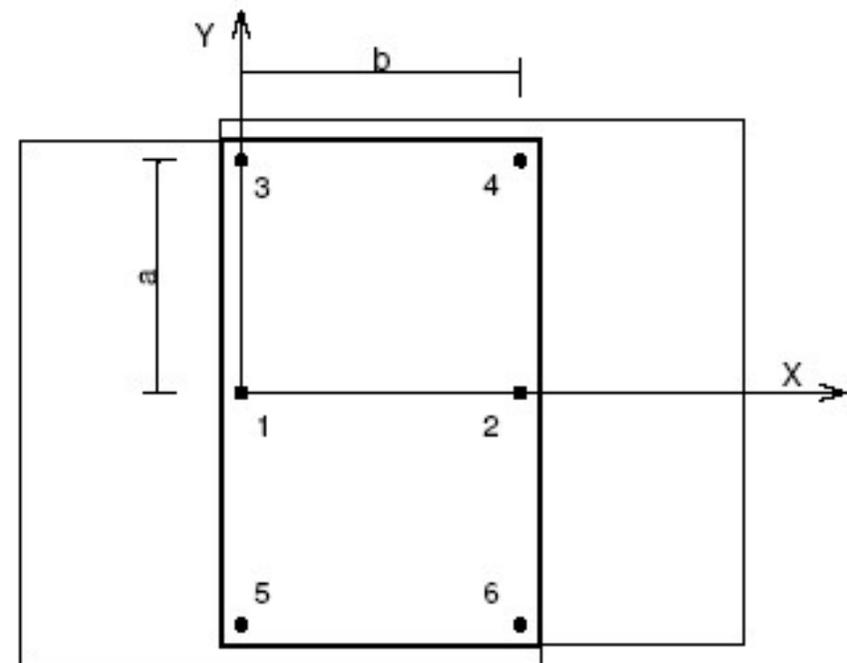
Il numero minimo di punti di legame necessari per l'orientamento relativo è 5.

Di solito si utilizzano 6 punti nelle zone di “Von Gruber”

Garantiscono una distribuzione geometrica omogenea

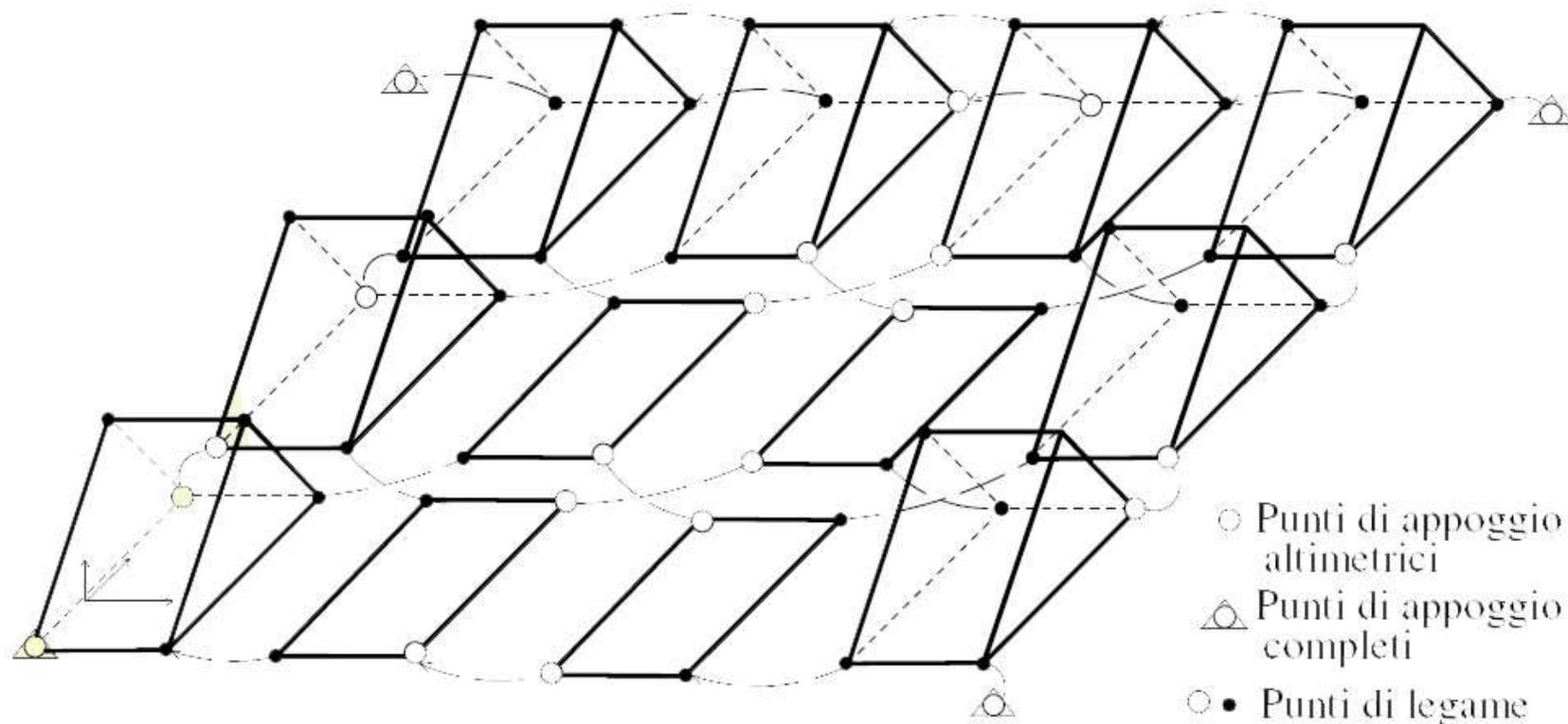
Forniscono la miglior stimabilità dei parametri

Facilitano le operazioni di orientamento con apparecchiatura analogica



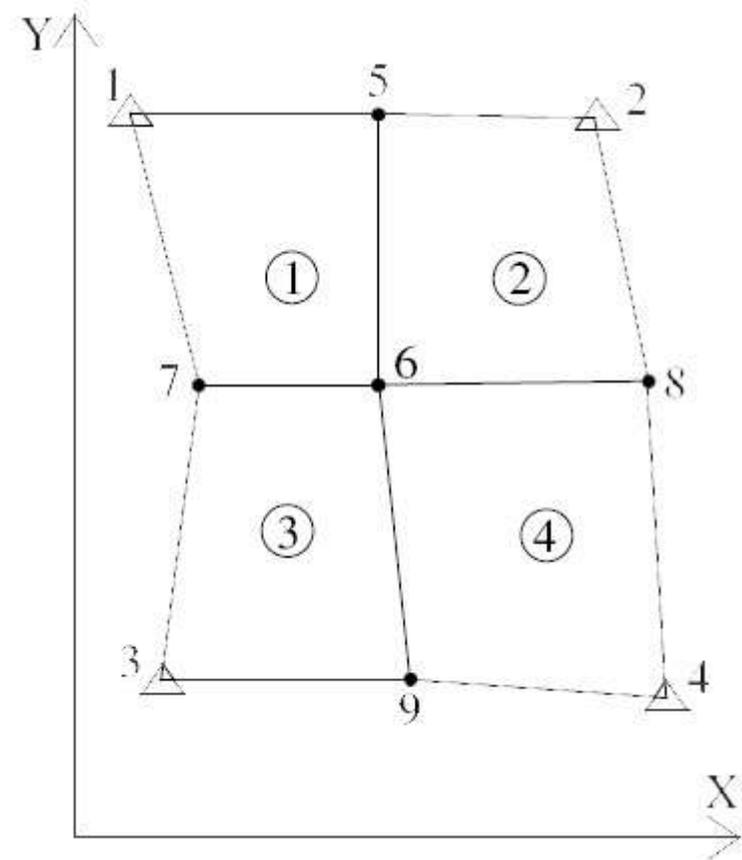
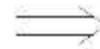
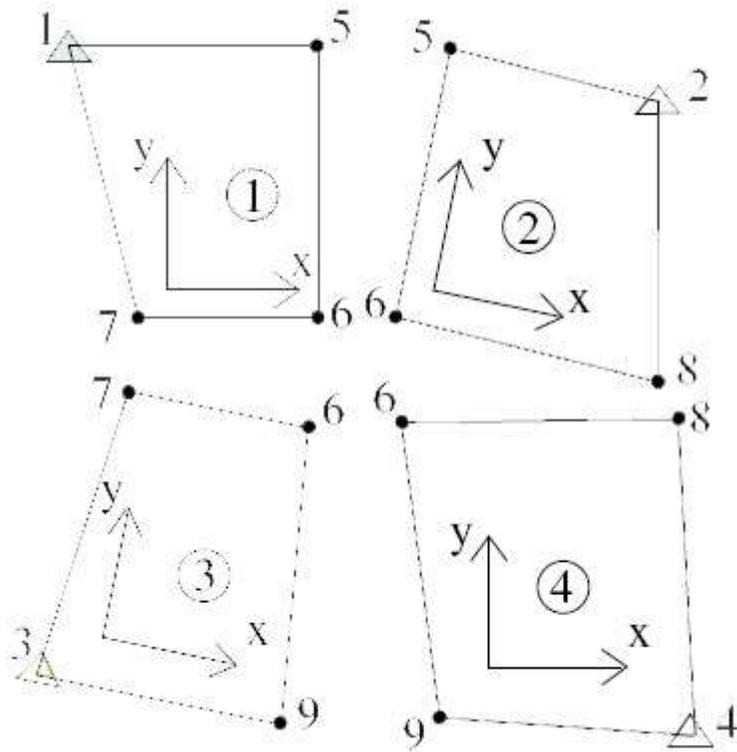
TRIANGOLAZIONE AEREA A MODELLI INDIPENDENTI

La triangolazione aerea a modelli indipendenti è basata sulle equazioni di complanarità e di congruenza (metodo numerico o analogico). L'entità elementare del blocco è il modello (coppia di fotogrammi) e i punti modello presenti in esso.



TRIANGOLAZIONE AEREA A MODELLI INDIPENDENTI

Consideriamo inizialmente una serie di modelli planimetrici:



TRIANGOLAZIONE AEREA A MODELLI INDIPENDENTI

La trasformazione conforme (Helmert) nel piano può essere scritta come:

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{vmatrix} + \lambda \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$$

Si può linearizzare ponendo

$$a = \lambda \cos \theta \quad b = \lambda \sin \theta$$

L'equazione di trasformazione di un punto diventa:

$$\begin{array}{l} X = X_0 + ax - by \\ Y = Y_0 + ay + bx \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} v_X = X_0 + ax - by - X \\ v_Y = Y_0 + ay + bx - Y \end{array}$$

Posso unire tutte le equazioni e risolvere a minimi quadrati



TRIANGOLAZIONE AEREA A MODELLI INDIPENDENTI

Consideriamo adesso una serie di modelli tridimensionali:

In questo caso possiamo utilizzare anche le informazioni sui centri di presa

Abbiamo quindi a disposizione:

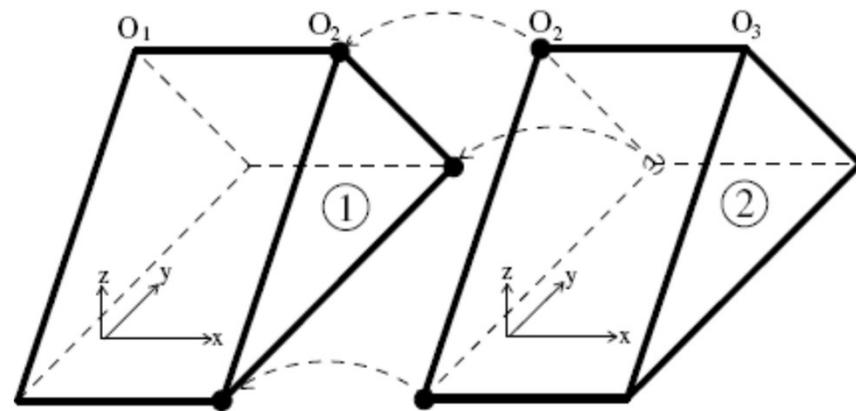
Per l'orientamento assoluto:

- Punti d'appoggio

Per l'orientamento relativo e l'unione dei modelli:

- Punti di legame

- Centri di presa



TRIANGOLAZIONE AEREA A MODELLI INDIPENDENTI

In questo caso la trasformazione è una conforme tridimensionale. Ho quindi 7 parametri.

La trasformazione non è però descrivibile in forma lineare.

$$\mathbf{X} = \lambda R(\varpi, \varphi, \kappa) \cdot \mathbf{x} + \mathbf{X}_0$$

- Linearizzo le equazioni
- Risolvo a minimi quadrati
- La matrice disegno è simile a quella vista per il caso planimetrico

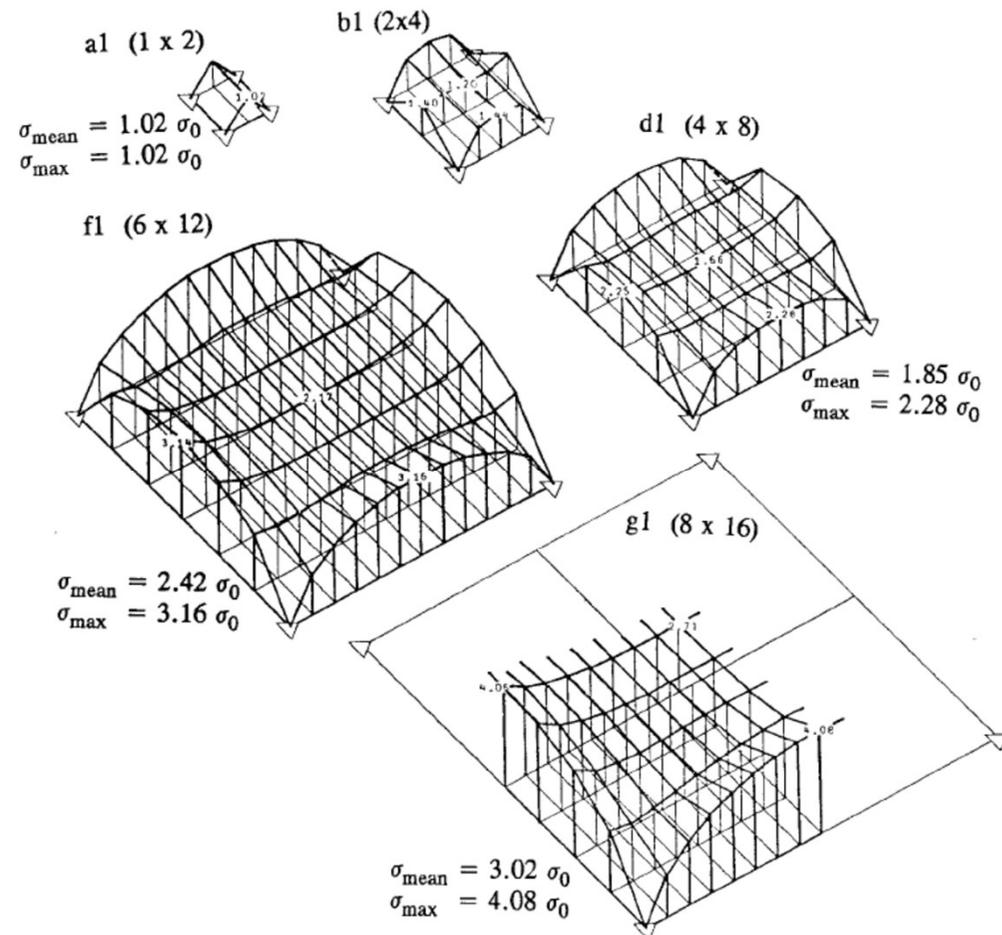


TRIANGOLAZIONE AEREA – PUNTI D'APPOGGIO

Andiamo a studiare come variano le precisioni in blocchi di varie dimensioni appoggiati su 4 punti:

❑ La precisione decresce col crescere delle dimensioni del blocco

❑ Gli s.q.m. massimi sono in corrispondenza delle mezzerie dei lati



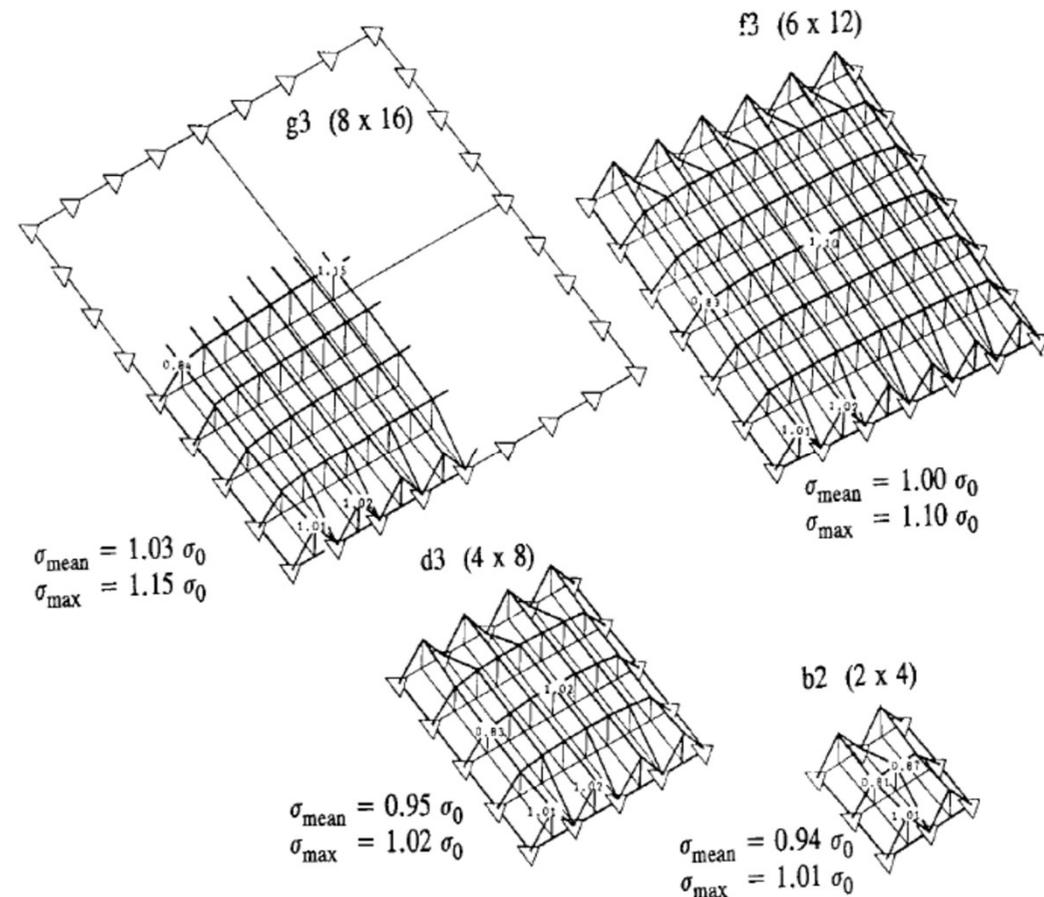
TRIANGOLAZIONE AEREA – PUNTI D'APPOGGIO

Consideriamo il caso in cui distribuisco numerosi GCP sui lati del blocco:

❑ La precisione è approx. omogenea all'interno di tutto il blocco

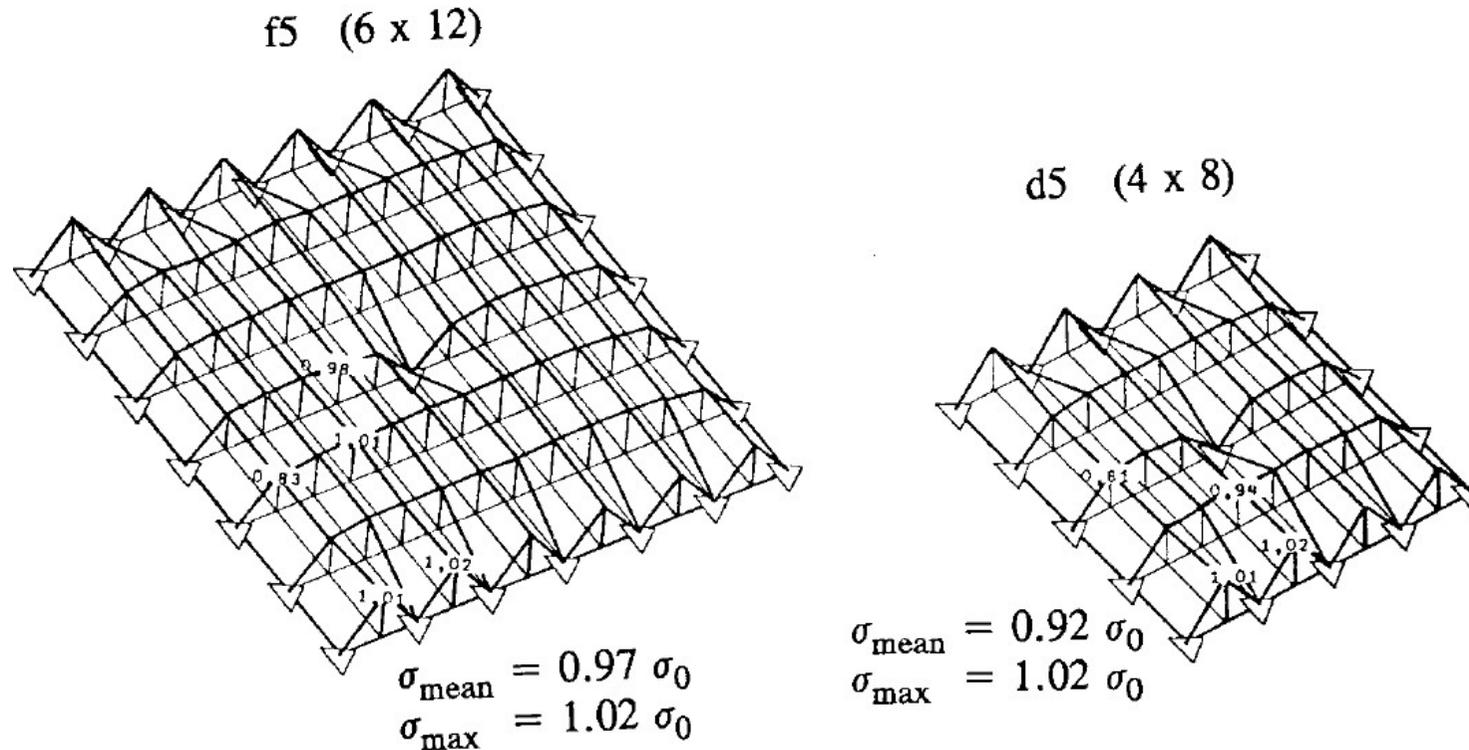
❑ La precisione è di fatto indipendente dalla dimensione del blocco

❑ E' paragonabile a quella del singolo blocco.



TRIANGOLAZIONE AEREA – PUNTI D’APPOGGIO

Consideriamo infine il caso in cui aggiungo punti d’appoggio al centro del blocco



□ Ulteriori GCP all’interno del blocco non danno aumenti significativi in termini di precisione

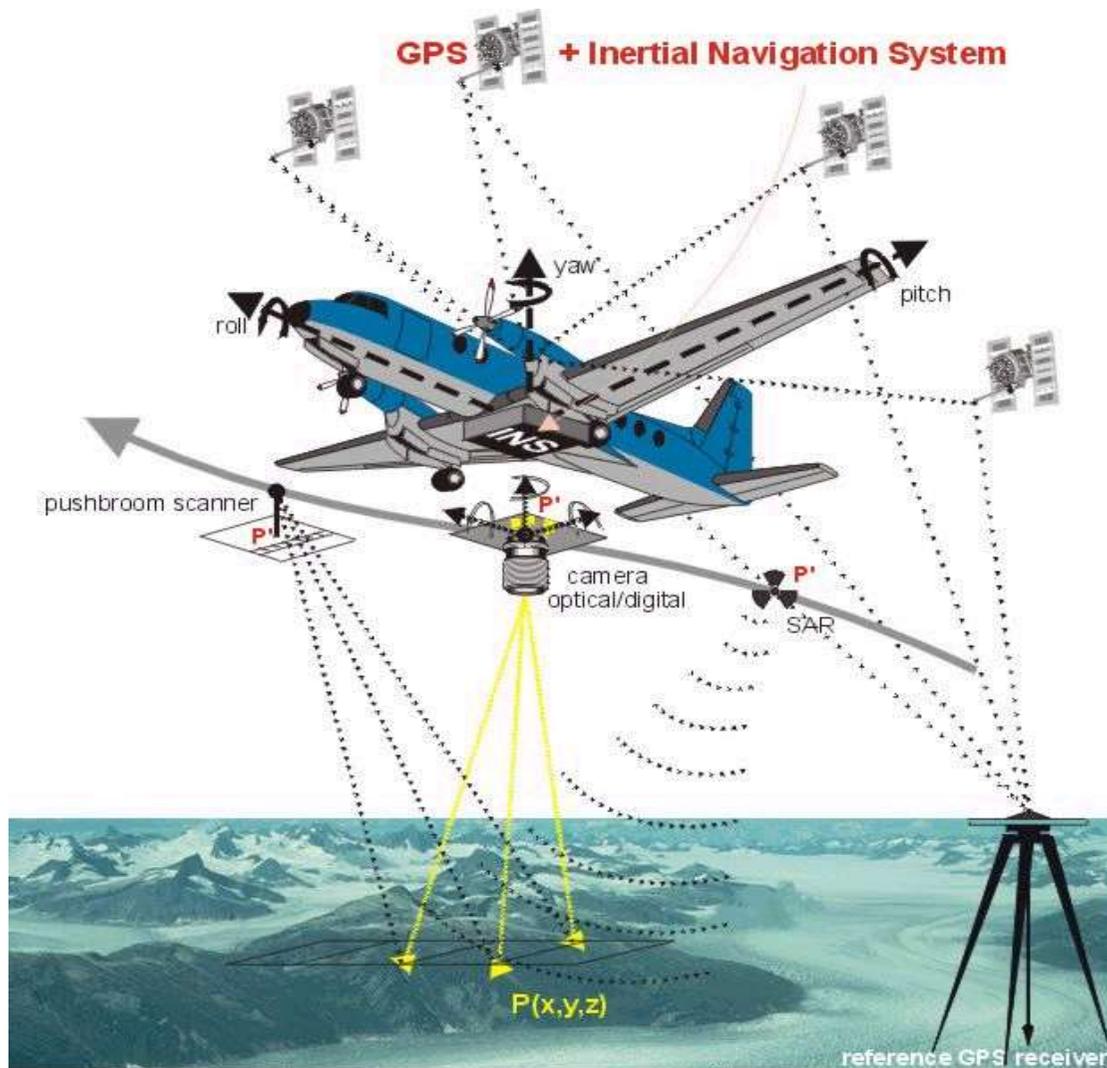


STELLE PROIETTIVE vs MODELLI INDIPENDENTI

- Con le stelle proiettive si raggiungono precisioni più elevate
- Permettono l'utilizzo di strumenti statistici più potenti
 - Eliminazione degli errori grossolani (outlier)
 - Analisi della qualità del risultato
- Permettono di introdurre parametri ed equazioni aggiuntive
 - Auto-calibrazione
 - Orientamento diretto
- E' però un metodo numerico (ormai non è più un problema)
- Più complessa da utilizzare per chi abituato ai modelli indipendenti



GEOREFERENZIAZIONE DIRETTA



DETERMINAZIONE DELLA
POSIZIONE (X, Y, Z) E
DELL'ASSETTO (ω , ϕ , κ) DI UN
SENSORE A BORDO

(Es. LA CAMERA
FOTOGRAMMETRICA)

INS:

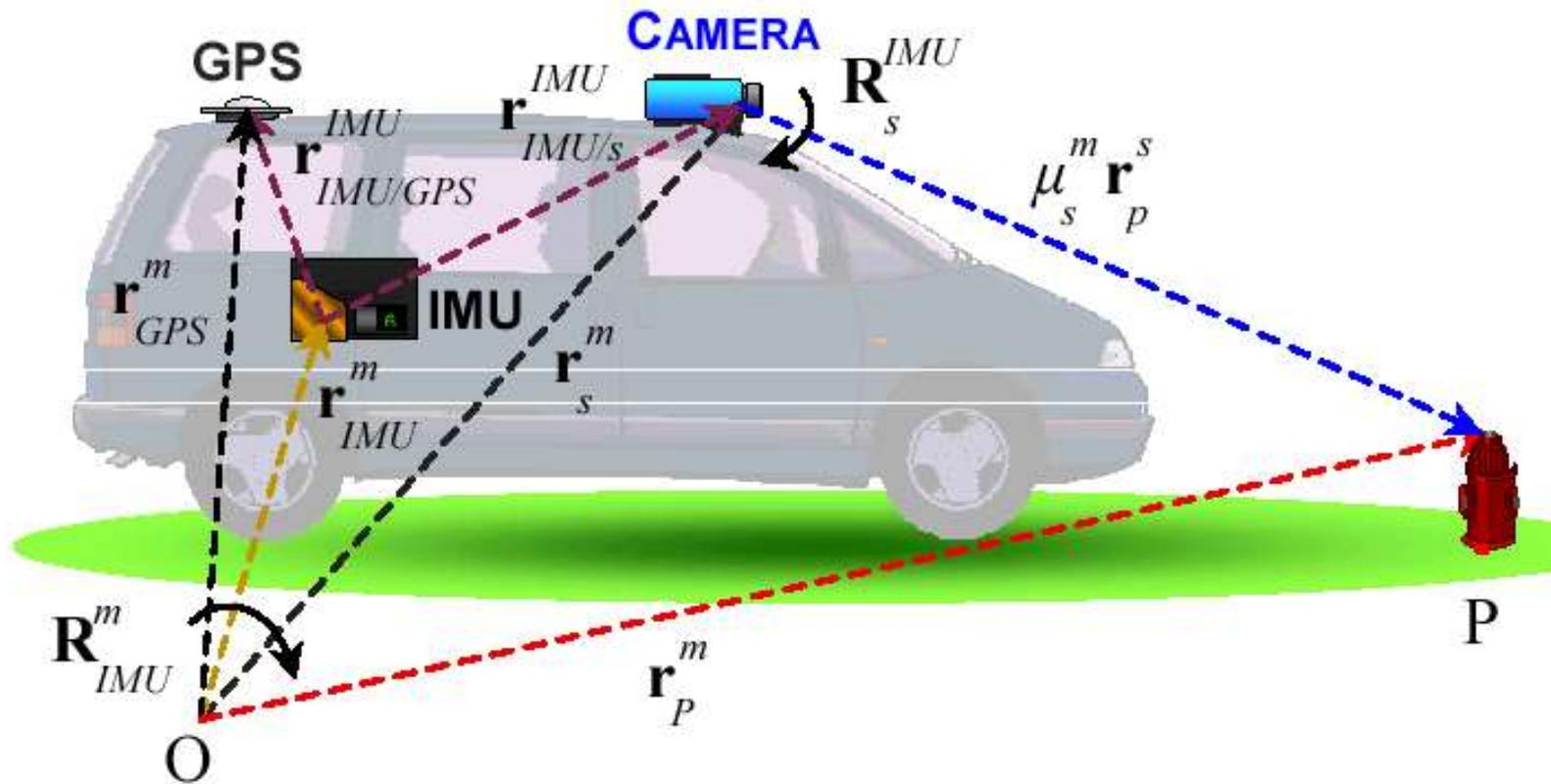
- Posizione
- Velocità
- Velocità angolare

GPS:

- Posizione
- Velocità



GEOREFERENZIAZIONE DIRETTA



$$\mathbf{r}_P^m = \mathbf{r}_s^m + \mu_s^m \mathbf{R}_s^m \mathbf{r}_P^s$$

$$\mathbf{r}_P^m = \left(\mathbf{r}_{GPS}^m - \mathbf{r}_{IMU/GPS}^m + \mathbf{r}_{IMU/s}^m \right) + \mu \mathbf{R}_{IMU}^m \mathbf{R}_{s'}^{IMU} \mathbf{r}_P^{s'}$$

GEOREFERENZIAZIONE DIRETTA - PROBLEMI

- PRESENZA DI SISTEMATISMI:
 - SISTEMA CARTOGRAFICO – SISTEMA CARTESIANO LOCALE
In coordinate cartografiche solitamente si contraggono (o si espandono) le coordinate planimetriche dei punti mentre si lasciano inalterate le quote. Di conseguenza si contrae (o si espande anche la base di presa).
 - ERRORI NELL'ORIENTAMENTO INTERNO

Un errore nella stima della focale utilizzata si propaga linearmente sulla Z dei punti misurati.

$$Z = \frac{c \cdot B}{\xi_2 - \xi_1} = -\frac{c \cdot B}{p_\xi}$$

SOLUZIONE: ISO (Integrated Sensor Orientation)

Utilizzo le informazioni ottenute dalla sensoristica di navigazione ma effettuo comunque una compensazione a stelle proiettive (con punti di legame e d'appoggio).

